

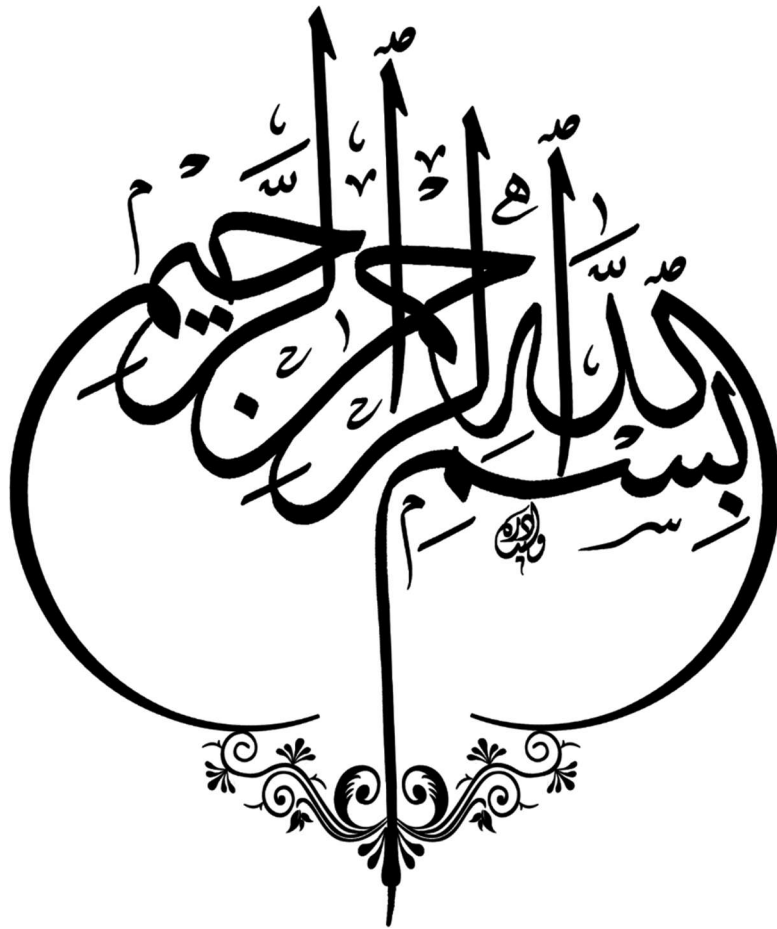


# حقيبة المرحلة الأولى

المسار العلمي "نسمو"

رياضيات كبار

الفريق العلمي للرياضيات





## الفهرس

| م | الموضوع                                                            | الصفحة |
|---|--------------------------------------------------------------------|--------|
| 1 | المقدمة.                                                           | 3      |
| 2 | الوحدة الأولى: الجبر                                               | 4      |
|   | الأعداد الصحيحة وخواصها                                            | 5      |
|   | أسئلة التحدي                                                       | 10     |
|   | مجموعة الأعداد النسبية Q                                           | 11     |
|   | أسئلة التحدي                                                       | 19     |
|   | المعادلات الخطية في متغير واحد                                     | 20     |
|   | أسئلة التحدي                                                       | 23     |
| 3 | الوحدة الثانية: الهندسة                                            | 25     |
|   | النقاط، المستقيمات، والزوايا                                       | 26     |
|   | المثلثات                                                           | 32     |
|   | المضلعات                                                           | 36     |
|   | الرباعيات                                                          | 37     |
|   | تطابق المثلثات                                                     | 42     |
| 4 | الوحدة الثالثة: نظرية الأعداد                                      | 47     |
|   | مقدمة في نظرية الأعداد: قابلية القسمة والتحليل إلى العوامل الأولية | 48     |
| 5 | الوحدة الرابعة: التركيبات                                          | 55     |
|   | العد باستخدام أشكال فن                                             | 56     |
|   | عد قائمة من الأعداد                                                | 58     |
|   | مبدأي العد الأساسيين                                               | 60     |
| 6 | الحلول                                                             | 65     |

## مقدمة

أبناءؤنا وبناتنا الموهوبون،

هذه هي المرحلة الأولى من أولمبياد الموهبة الوطني - المسار العلمي (نسمو) وهي الانطلاقة الأساسية في رحلة تدريبية تهدف إلى تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى طلاب وطالبات الصفين الثالث متوسط والأول ثانوي.

تتكون المسابقة من أربع مراحل متتابعة .

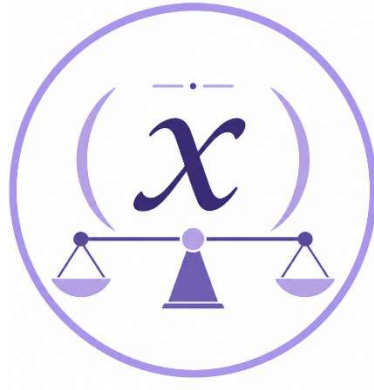
تهدف هذه الحقبة إلى بناء قاعدة معرفية قوية في أربعة فروع رئيسة من فروع الرياضيات هي :  
**التركيبات، والهندسة، والجبر، ونظرية الأعداد.**

وتتناول موضوعات مثل العدّ باستخدام أشكال فن ومبادئ العدّ الأساسية، خصائص المثلثات والزوايا، الأعداد الصحيحة والتحليل إلى العوامل، والمفاهيم الأولية في نظرية الأعداد. تُسهم هذه الموضوعات في تنمية قدرات التفكير المنطقي والتحليل الرياضي لدى الطلبة، وتمكنهم من التعامل مع المسائل بطرق إبداعية ومنهجية، لتكون هذه المرحلة بوابتهم الأولى نحو التميز في المراحل القادمة من المسابقة.  
مع تمنياتنا لكم بمزيد من الإبداع والتوفيق.

الفريق العلمي لأولمبياد الموهبة الوطني - المسار العلمي (نسمو)، - مسار الرياضيات



## الوحدة الأولى: الجبر





## 1- الأعداد الصحيحة وخواصها:

### 1-1 مجموعات الأعداد:

مجموعة الأعداد الطبيعية:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعة الأعداد الكلية:  $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

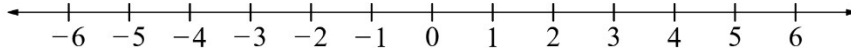
مجموعة الأعداد الصحيحة:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

يمكن تقسيم الأعداد الصحيحة إلى ثلاث مجموعات هي:

- الأعداد الصحيحة الموجبة.
- الصفر.
- الأعداد الصحيحة السالبة.

لاحظ العدد  $1+$  نكتبه اختصاراً 1 بمعنى أن إشارة موجب في العادة لا تكتب ولا تنطق، بينما السالب يكتب وينطق، لاحظ أيضاً أن الصفر ليس موجباً وليس سالباً.

### 2-2 خط الأعداد:



يستخدم خط الأعداد لتوضيح ترتيب الأعداد الصحيحة، فكلما اتجهنا يميناً تزيد قيمة العدد الصحيح، وكلما اتجهنا يساراً تقل قيمة العدد الصحيح. مما يعني أن أي عدد موجب أكبر من أي عدد سالب، وكذلك الصفر أكبر من أي عدد سالب وأصغر من أي عدد موجب.

يقال للعددين  $5-$ ,  $5$  أن كل منهما نظير (أو معكوس) جمعي للآخر، عموماً العددين الصحيحان  $a-$ ,  $a$  كل منهما نظير جمعي للآخر، بينما الصفر نظير جمعي لنفسه.

لاحظ أن العدد ونظيره الجمعي يمثلهما نقطتان على خط الأعداد تبعدان البعد نفسه عن النقطة التي تمثل الصفر، ولكن في جهتين مختلفتين منه.

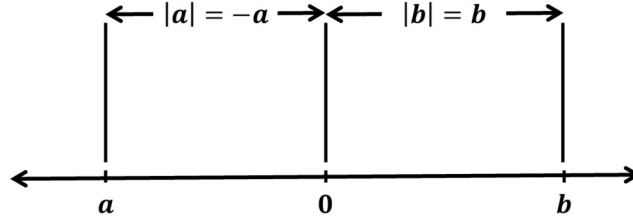


### 3-1 القيمة المطلقة للعدد الصحيح:

نرمز للقيمة المطلقة للعدد الصحيح  $a$  بالرمز  $|a|$  ، فمثلاً:

$$|0| = 0 , | -5 | = 5 , | 5 | = 5 \text{ وهكذا}$$

وهندسياً كل عدد صحيح يمثل بنقطة على خط الأعداد، و  $|a|$  تعني المسافة بين النقطة الممثلة للعدد  $a$  ونقطة الأصل على خط الأعداد، عموماً  $|a - b|$  تعني المسافة بين النقطتين الممثلتين للعددين  $a, b$  .



عندما نأخذ القيمة المطلقة لمقدار جبري وكانت إشارته  $(-)$  يمكن جعله غير سالب بإزالة  $(-)$  .

### 4-1 القواعد الأساسية في الجمع والطرح والضرب والقسمة:

- خاصية الإبدال:

$$\begin{aligned} a + b &= b + a \\ ab &= ba \end{aligned}$$

- خاصية التجميع:

$$\begin{aligned} (a + b) + c &= a + (b + c) \\ (ab)c &= a(bc) \end{aligned}$$

- خاصية التوزيع:

$$\begin{aligned} a(b + c) &= (b + c)a = ab + ac \\ a(b - c) &= (b - c)a = ab - ac \end{aligned}$$

- خاصية الانغلاق:

تتحقق في الجمع والضرب والطرح فقط دون القسمة! فمثلاً لكل عددين صحيحين  $a, b$  فإن:  
 $a + b$  وكذلك  $a - b$  و  $a \times b$  عدد صحيح بالضرورة، بينما  $a \div b$  ليس بالضرورة عدد صحيح.

- خاصية المحايد الجمعي:

هو الصفر بمعنى لكل عدد صحيح  $a \in \mathbb{Z}$  فإن:

$$a + 0 = 0 + a = a$$

- خاصية النظير الجمعي:

لكل عدد صحيح  $a \in \mathbb{Z}$  يوجد عدد  $-a \in \mathbb{Z}$  يحقق أن:

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$



### 5-1 الأسس:

تستخدم الأسس للتعبير عن حاصل ضرب متكرر، فمثلاً:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

وكذلك:

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}^n$$

خواص الأسس (القوى):

إذا كان  $x, y > 0$  و  $m, n \in \mathbb{Z}$  فإن:

$$\begin{aligned} (1) \quad x^m \cdot x^n &= x^{m+n} & (2) \quad \frac{x^m}{x^n} &= x^{m-n} & (3) \quad (x^m)^n &= x^{mn} \\ (4) \quad (xy)^n &= x^n y^n & (5) \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n &= \frac{x^n}{y^n} & (6) \quad x^0 &= 1 \\ (7) \quad x^{-1} &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

### 6-1 قاعدة فك الأقواس:

لأي عددين صحيحين  $x, y$

$$\begin{aligned} (1) \quad x + (y) &= x + y, \quad x + (-y) = x - y \\ (2) \quad x - (y) &= x - y, \quad x - (-y) = x + y \\ (3) \quad x(-y) &= (-x)y = -xy, \quad (-x)(-y) = xy \\ (4) \quad \begin{cases} (-1)^n = -1 & \text{عندما } n \text{ عدد صحيح فردي} \\ (-1)^n = 1 & \text{عندما } n \text{ عدد صحيح زوجي} \end{cases} \end{aligned}$$



أمثلة:

(1) أوجد قيمة كل من:

$$a) (-2) + 12 =$$

$$b) (-3) + (-6) + 5 =$$

$$c) -3 - 11 - 31 =$$

$$d) (-5) \times (-4) =$$

$$e) (-4) \times 8 =$$

$$f) (-1) \times 2 \times 2 =$$

الحل:

$$a) (-2) + 12 = 10$$

$$b) (-3) + (-6) + 5 = [(-3) + (-6)] + 5 \\ = (-9) + 5 = -4$$

$$c) -3 - 11 - 31 = -(3 + 11 + 31) = -45$$

$$d) (-5) \times (-4) = 20$$

$$e) (-4) \times 8 = -32$$

$$f) (-1) \times 2 \times 2 = -4$$

(2) أوجد قيمة كل من:

$$a) |-2| + (-2) =$$

$$b) (-3)^2 - 3 =$$

$$c) (a^2)^3 \times a^3 =$$

$$d) \frac{x^3 \times x}{x^2} =$$

الحل:

$$a) |-2| + (-2) = 2 - 2 = 0$$

$$b) (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$c) (a^2)^3 \times a^3 = a^6 \times a^3 = a^9$$

$$d) \frac{x^3 \times x}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} = x^2$$

(3) بسط:

$$3a + \{-4b - [4a - 7b - (-4a - b)] + 5a\}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 3a + \{-4b - [4a - 7b - (-4a - b)] + 5a\} &= 3a + \{-4b - [4a - 7b + 4a + b] + 5a\} \\ &= 3a + \{-4b - [8a - 6b] + 5a\} \\ &= 3a + \{-4b - 8a + 6b + 5a\} \\ &= 3a + \{2b - 3a\} \\ &= 2b + (3a - 3a) \\ &= 2b \end{aligned}$$



## تدريبات:

(1) أوجد قيمة كل من:

$$a) (-4) + 9 =$$

$$b) -42 \div 7 =$$

$$c) (2)^5 =$$

$$d) (-4)^3 =$$

$$e) (-5)^2 =$$

$$f) |0| =$$

$$g) (-4) \times (-8) =$$

$$h) -8 - (-5) =$$

$$i) -1 - 4 + 7 =$$

$$j) 2 \times 4 + 6 \times 5 =$$

$$k) |-6| =$$

$$m) |-3| - |-7| =$$

(2) أوجد قيمة كل من:

$$a) a^2 \times a^5 =$$

$$b) x^7 \div x^3 =$$

$$c) (a^3)^4 =$$

$$d) (x^2)^3 \times (x^4)^5 =$$

$$e) \frac{a^3 \times a^7}{a^2 \times a^6} =$$

$$f) \frac{a^4 \times a^5}{a^3 \times a^6} =$$

(3) احسب القيم العددية لكل مما يأتي:

$$a) (-7) + (-12) - (-14) - (-15) - (-18) - (-38)$$

$$b) (-5)^2 + |-6| - (-1)^{1447}$$



### أسئلة التحدي:

1. أوجد قيمة:

$$-1 - (-1)^1 - (-1)^2 - (-1)^3 - \dots - (-1)^{99} - (-1)^{100}$$

2. أكمل

$$1234 \times 9999 = \dots$$

3. بسط

$$5\{(2a - 3) - [7(4a - 1) - 20]\} - (3 - 8a)$$

4. يدور قمر صناعي دورة كاملة حول الأرض في 7 ساعات. كم مرة سيدورها ذلك القمر حول الأرض في أسبوع؟

5. تم إلقاء 6 من أحجار النرد المتماثلة. إذا كان مجموع الأرقام التي تم الحصول على أوجهها الست هو 32. ما أصغر عدد يمكن ظهوره على أحد الأوجه الست؟

6. ما قيمة:

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 100 + 101$$



## 2- مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{Q}$ :

العدد النسبي هو كل عدد يمكن كتابته في الصورة  $\frac{a}{b}$  حيث  $a, b$  عدنان صحيحان،  $b \neq 0$ ، يسمى  $a$  البسط ويسمى  $b$  المقام.

من التعريف السابق نستنتج أن كل الأعداد الصحيحة أعداد نسبة فمثلاً:

$$0 = \frac{0}{1}, \quad -4 = \frac{-4}{1}, \quad 5 = \frac{5}{1}$$

أيضاً العدد  $5\frac{1}{2}$  نسبي لأنه يمكن كتابته على الصورة:

$$5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

وهكذا...

أما الأعداد العشرية المنتهية فهي نسبة فمثلاً:

$$0.3 = \frac{3}{10}, \quad 1.7 = \frac{17}{10}, \quad 2.03 = \frac{203}{100}$$

الأعداد العشرية غير المنتهية نوعان:

دورية مثل:

$$0.333 \dots = 0.\bar{3}, \quad 0.521521521 \dots = 0.\overline{521}$$

وغير دورية مثل:

$$0.345674215677589 \dots$$

لاحظ النسبة التقريبية والتي يرمز لها بالعربية  $\pi$  وباللغات الأخرى  $\pi$  وتساوي تقريباً 3.14 أو بتقريب آخر  $\frac{22}{7}$  تعتبر عدد غير نسبي.



## 1-2 خواص الجمع والطرح في الأعداد النسبية:

نفس خواص الجمع في الأعداد الصحيحة.

ولكن مهلاً دائماً نسمع من يردد عند جمع عددين نسبيين أو طرحهما لابد من توحيد المقامات والسؤال لماذا؟  
والحقيقة أن الإجابة على ذلك السؤال ليست بالسهولة بمكان! دعنا نحاول.  
كلنا نعلم أن: ناتج إضافة ثلاثة جمال إلى خمسة جمال هو ثمانية جمال، وعموماً:

$$3x + 5x = 8x$$

باعتبار أن الرمز  $x$  يعبر عن نفس الشيء.

الآن لو قسمنا بيتزا مثلاً لسبعة أجزاء متساوية ومتطابقة يسمى الجزء الواحد سُبْع ويرمز له  $\frac{1}{7}$ .  
وباعتبار سُبْع الواحد شيئاً في حد ذاته، الآن ما ناتج جمع سُبْعين مع ثلاثة أسباع، ستكون الإجابة حتماً خمسة أسباع.  
ولكن باستخدام الرموز يبدو الأمر مختلفاً، التعبير الرمزي سيكون

$$2\left(\frac{1}{7}\right) + 3\left(\frac{1}{7}\right) = 5\left(\frac{1}{7}\right)$$

ولأن  $2\left(\frac{1}{7}\right)$  تكتب  $\frac{2}{7}$  فيمكننا التعبير بشكل أبسط  $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ ، ولكن لمن ينظر للعلاقة الأخيرة تبدو أعقد لأننا جمعنا البسط لكل من الكسرين بشرط أن يكون المقام نفسه (لاحظنا أن الكثيرين يريدون لو يجمعوا المقامات أيضاً فلا تكن مثلهم).

يمكنك بمناقشة مماثلة أن تستنتج أن طرح العددين النسبيين يستلزم أيضاً توحيد المقامات.  
ماذا لو كانت المقامات مختلفة؟ كيف نقوم بتوحيد المقامات؟ لنصبر قليلاً ستعرف الإجابة بعد معرفة الخاصية التالية للعدد النسبي.



## 2-2 خاصية التكافؤ لعددين نسبيين:

إذا كان  $\frac{a}{b}$  عدد نسبي،  $k$  عدد صحيح غير الصفر فإن:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

بمعنى العدد النسبي يمكن كتابته بعدد غير منته من الصور فمثلاً:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \dots$$

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

ولكن تظل الصورة التي يكون البسط والمقام أوليان نسبياً هي الصورة الأجمل وتسمى أبسط صورة لسهولة التعامل معها في العمليات الحسابية، لذا ننصحك دائماً بوضع العدد النسبي في أبسط صورة.

**الآن يمكنك جمع عددين نسبيين مختلفي المقام:**

مثلاً عند إجراء  $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ . نبحث عن مضاعف مشترك للعددين 3,5 (ويفضل أن يكون أصغر)، وليس من الصعب أن نتأكد أن 15 مضاعف مشترك (أصغر) لهذين العددين. الآن نعيد كتابة الكسرين بشكل مكافئ كالتالي:

$$\frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{1 \times 3}{5 \times 3}$$

أي

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15}$$

وهذا يساوي  $\frac{13}{15}$ .

الطرح سيتم التعامل معه بنفس الطريقة.



## 2-3 تعريف الضرب والقسمة في الأعداد النسبية:

كيف نضرب عددين نسبيين، وما معنى ذلك؟ مثلاً عندما نسأل كم نصف العدد 100 ستجيب فوراً 50 . بدا وكأنك قسمت العدد على 2.

السؤال الآن كم ثلاثة أنصاف العدد 100، ليس من الصعب أن تجيب بأنها 150. بدا وكأنك قسمت على 2 ثم ضربت الناتج في 3 .

دعنا نسأل سؤال أعقد:

كم ثلاثة أنصاف العدد  $\frac{1}{7}$  ؟ سنحتاج أن نقسم العدد على 2 ثم نضرب الناتج في 3 . ولكن كم ناتج قسمة  $\frac{1}{7}$  على 2 ؟ لأن

$$\frac{1}{7} = \frac{2}{14} = 2 \left( \frac{1}{14} \right)$$

وبالتالي نصفه هو  $\frac{1}{14}$  (ربما يقترح أحدنا أن الناتج كأننا ضربنا المقام فقط في 2)، عندما نضربه في 3 يصبح ثلاثة نسخ منه ويكتب

$$3 \left( \frac{1}{14} \right) = \frac{3}{14}$$

دعنا نصيغ ما حققناه بشكل رمزي:

$$100 \times \frac{3}{2} = 50 \times 3 = 150$$

وكذلك

$$\frac{1}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$$

عموماً إذا كان  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  عددين نسبيين فإن

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

أخيراً إذا علمت أن القسمة عملية عكسية للضرب فهل يمكنك تبرير تعريف القسمة التالي:

إذا كان  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  عددين نسبيين فإن:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$



## 4-2 خواص الضرب في الأعداد النسبية:

1- الانغلاق:

ناتج ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبي أيضًا.

2- الإبدال:

لا يتغير ناتج الضرب عند تبديل ترتيب العوامل.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

3- التجميع:

لا يتأثر ناتج الضرب بطريقة تجميع العوامل.

4- المحايد الضربي:

العدد 1 هو المحايد الضربي لأن ضرب أي عدد نسبي في 1 لا يغير قيمته.

5- النظير الضربي:

لكل عدد نسبي  $\frac{a}{b}$  خلاف الصفر يوجد عدد  $\frac{b}{a}$  يسمى كل منهما نظير ضربي للآخر بحيث

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$$

6- توزيع الضرب على الجمع والطرح



## 5-2 كتابة العدد الدوري في صورة عدد نسبي:

مثال:

اكتب العدد الدوري  $0.\overline{7}$  على صورة عدد نسبي.

الحل:

بفرض

$$x = 0.\overline{7} = 0.7777 \dots$$

بضرب الطرفين في 10 نحصل على:

$$10x = 7.7777 \dots = 7 + 0.777 \dots$$

ومنها

$$10x = 7 + x$$

بطرح  $x$  من الطرفين نحصل على

$$9x = 7$$

وأخيراً بقسمة الطرفين على 9 نجد أن:

$$x = \frac{7}{9}$$

تدريب:

اكتب العدد الدوري  $0.\overline{17}$  على صورة عدد نسبي.

إرشاد: نفس خطوات المثال، ولكن ستحتاج أن تضرب في 100 بدلاً من 10.



**طريقة سريعة لكتابة العدد الدوري في صورة عدد نسبي:**  
(البرهان ليس صعباً):

يمكننا كتابة العدد الدوري بشرط أن يكون الجزء الدوري على يمين الفاصلة مباشرة، وذلك بأن نضع الجزء الدوري في البسط والمقام عدد أرقامه كلها تسعات وعددها يساوي عدد أرقام الجزء الدوري كالتالي:

$$0.\overline{7} = \frac{7}{9} \quad , \quad 0.\overline{73} = \frac{73}{99} \quad , \quad 0.\overline{732} = \frac{732}{999} \quad , \quad \dots$$

ويمكن تطويرها لكتابة أي عدد دوري آخر مثلاً:

$$\begin{aligned} 0.1\overline{7} &= 0.1 + 0.0\overline{7} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{7}{9} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{7}{90} \\ &= \frac{9}{90} + \frac{7}{90} \\ &= \frac{16}{90} \\ &= \frac{8}{45} \end{aligned}$$



## تدريبات:

(1) أوجد ناتج:

$$(a) \frac{2}{5} + \frac{1}{6} =$$

$$(b) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

$$(c) \frac{-3}{8} \times \frac{4}{9} =$$

$$(d) \frac{-3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(e) 1 \div 3 \div 4 \div 5 =$$

$$(f) \frac{1}{9} - \frac{1}{10} =$$

$$(g) (-3) \div 4 \times 6 \div (-5) =$$

$$(h) \frac{-6}{35} \div \frac{2}{7} =$$

$$(i) \left(\frac{-1}{2}\right)^5 =$$

(2) اكتب الأعداد الدورية الآتية على صورة عدد نسبي:

$$a) 0.\bar{2}$$

$$b) 0.\bar{37}$$

$$c) 1.8\bar{23}$$

(3) ادعى ماجد أن القسمة على عدد صحيح تكافئ الضرب في نظيره الضربي. هل تستطيع أن تثبت أو تنفي هذا الادعاء؟

(4) زعم صالح أن بين أي عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائي من الأعداد النسبية، كما زعم أن هذه الصفة تسمى كثافة الأعداد النسبية. هل تستطيع أن تعطي مثالاً يؤيد زعم صالح، أو انف بمثال إن وُجد.

(5) رتب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً:

$$-0.3, -0.23, -\frac{1}{3}$$



## أسئلة التحدي:

1. كم كسر أكبر من  $\frac{1}{6}$  وأقل من  $\frac{1}{3}$  مقامه يساوي 15؟

2. قسم سعد العدد  $N$  على 8 فحصل على 0.25، بينما ضرب خالد العدد  $N$  في 8. كم الناتج الذي سيحصل عليه خالد؟

3. قام هيثم بالجري خارج المنزل. إذا علمت أنه قد أتم قطع  $\frac{3}{5}$  النصف الثاني من مشواره. فكم نسبة ما قطعه من المشوار كاملاً؟

4. أوجد قيمة:

$$(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{9} - \frac{1}{10})$$

5. أوجد قيمة:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \dots \cdot \frac{79}{80}$$

6. لدى عادل بطاقة ائتمان بها 14 رقم، لو جمعت أي 3 أرقام متجاورة (بدءاً من اليسار) لحصلت على مجموع 20. قام بكتابة أرقام بطاقته في الجدول التالي. ما الرقم في مربع الحرف  $A$  ؟

|     |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |   |
|-----|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|---|
| $A$ |  | 7 |  |  |  |  |  |  |  |  | 7 |  | 4 |
|-----|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|---|

7. اليوم هو عيد ميلاد كل من ليلى وابنتيها شهد وأمل. بلغت ليلى من العمر 32 عامًا، وبلغت شهد من العمر 4 سنوات، بينما بلغت أمل من العمر عامًا واحدًا. كم سيكون عمر ليلى عندما يكون عمرها مساوياً لمجموع عمري شهد وأمل؟

8. يعيش عمي بعيداً في مكان منعزل، ورسائله لنا تحتوي دائماً على ألغاز. في أحد رسائله حكى لنا أن هناك ثلاثة فرق محلية في منطقته وهي النمل ( $A$ )، النحل ( $B$ )، والقطط ( $C$ ) تقام بينهم بطولة سنوية بحيث كل فريق يلعب الآخر مرة واحدة على الأكثر. زعم عمي أن جدول الدوري خلال هذه السنة بدا كما يلي:

| الفريق   | لعب | فاز | تعادل | خسر | أهداف له | أهداف عليه |
|----------|-----|-----|-------|-----|----------|------------|
| <b>A</b> | 1   | 0   | 0     | 1   | 4        | 2          |
| <b>B</b> | 2   | 1   | 1     | 0   | 2        | 2          |
| <b>C</b> | 2   | 1   | 0     | 1   | 3        | 1          |

عندما اشتكيننا من أن هذا مستحيل، اعترف بأن كل رقم كان خطأ لكنه عذر نفسه لأن كل رقم كان يحتاج إضافة 1 له أو طرح 1 منه. ابحث عن الجدول الصحيح، وشرح بوضوح كيف استنتجت التصويبات.



### 3- المعادلات الخطية في متغير واحد:

لحل معادلة خطية في متغير واحد، نتبع الخطوات التالية بشكل مرتب:

- التخلص من المقامات (إن وجدت)

إذا كانت هناك كسور في المعادلة، نضرب كل حد في المضاعف المشترك الأصغر (L.C.M) للمقامات للتخلص منها.

- فك الأقواس

نستخدم قانون التوزيع لتبسيط الأقواس، مثل:

$$2(x + 3) = 2x + 6$$

- نقل الحدود

ننقل جميع الحدود التي تشمل المجهول في طرف وباقي الحدود في الطرف الآخر تبعاً للقاعدة: لنقل حدود في معادلة من طرف لطرف آخر نعكس إشارتها والحدود غير المنقولة تظل إشارتها كما هي.

- تجميع الحدود المتشابهة

بعد النقل، نبسط الحدود حتى تصبح المعادلة على الشكل:

$$ax = b \text{ حيث } a \text{ و } b \text{ ثوابت.}$$

- القسمة على معامل المتغير

نقسم الطرفين على  $a$  (معامل المتغير) للحصول على الحل:

$$ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$$

مع ملاحظة أن:

• عندما  $a \neq 0$  يكون لدينا حل وحيد:

$$x = \frac{b}{a}$$

• عندما  $a = 0, b \neq 0$  فلا يوجد حل.

• عندما  $a = 0, b = 0$  فإن أي عدد حقيقي هو حل للمعادلة.

- للتحقق من الحل

نعوض قيمة المتغير الناتجة في المعادلة الأصلية: إذا تحققت المساواة فالحل صحيح، وإذا لم تتحقق فهناك خطأ في خطواتنا.

- ملاحظة: أحياناً لا نلتزم حرفياً بالترتيب السابق عندما نجد حل أقرب.



مثال:

حل المعادلات:

$$a) x + 3 = 4$$

$$b) x - 2 = 9$$

$$c) 7x = 49$$

الحل:

$$a) x = 1$$

$$b) x = 11$$

$$c) x = 7$$



## تدريبات:

(1) حل المعادلات:

$$a) \frac{x}{3} = 6$$

$$b) 2x - 1 = 19$$

$$c) 4x - 4 = x + 11$$

$$d) 9(x - 1) = 7(x + 1)$$

(2) حل المعادلة:

$$\frac{1}{7}(5x + 2) = 1$$

(3) حل المعادلة:

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{7}(5x - 1) \right] + 5 = 6$$

(4) مسائل تؤوّل لمعادلات خطية:

(a) إذا كان 7% من عدد يساوي 56، فما هو العدد؟

(b) إذا كان مجموع 4 أعداد طبيعية متتالية هو 50، فما العدد الأكبر؟

(c) عدنان طبيعيان النسبة بينهما 3:2، والفرق بينهما 14. ما العدد الأصغر؟

(d) اشترى أحمد جهاز حاسوب مخفّضاً بنسبة 35% عن ثمنه الأصلي حيث دفع 1300 ريالاً. كم ريالاً كان الثمن الأصلي للجهاز؟

(e) اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع 46000 ريال، وكانت نسبة ربحه 15%. فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة؟



## أسئلة التحدي:

(1) تم رصد قطار يسير بسرعة ثابتة لحظة دخوله نفق طوله 120 مترًا حتى خرج من النفق بأكمله، وكان زمن الرصد دقيقة واحدة. إذا علمت أن نفس القطار ونفس السرعة الثابتة يستغرق 20 ثانية ليعبر إشارة ضوئية بكامل طوله. كم يبلغ طول القطار؟

(2) لدينا إناء نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء فيه كنسبة 1 إلى 4. عندما يستبدل سعد 2 من الكرات البيضاء بـ 7 من الكرات الحمراء تصبح نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء كنسبة 2 إلى 3. ما نسبة إجمالي عدد الكرات الآن إلى العدد الإجمالي في البداية؟

(3) أنجبت ليلي طفلها الأول في عيد ميلادها العشرين، وطفلها الثاني بعد سنتين بالضبط، وطفلها الثالث بالضبط بعد عامين. كم يكون عمر ليلي عندما يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة عمرها؟

(4) تحتوي سلة فواكه على تفاح وبرتقال. نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 3 إلى 8. قمنا بسحب تفاحة واحدة من السلة. أصبحت نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 1 إلى 3. كم عدد البرتقال في السلة؟

(5) المتوسط الحسابي لستة أعداد هو 4. عندما دخلنا عددًا سابقًا أصبح المتوسط الجديد 5. أوجد العدد السابع.

(6) كان المدرب يشتري 17 كرة لناديه الرياضي ثمن الواحدة 481 ريالًا. قال البائع: "عليك أن تدفع 10177 ريالًا ثمنًا للكرات." كيف يمكن أن يخمن أنه تعرّض للغش دون إجراء حسابات صعبة؟

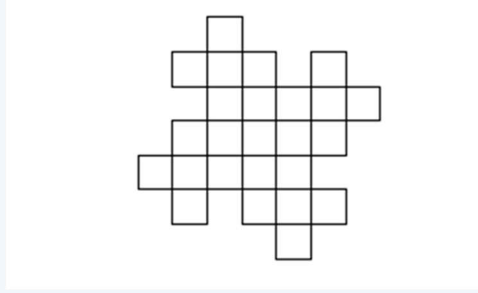
(7) تم ضرب مجموع عددين في حاصل ضربيهما. هل يمكن أن تكون النتيجة 20042401؟ (إذا كان ذلك ممكنًا فاعط مثالًا، وإذا لم يكن كذلك، ففسّر سبب ذلك).

(8) كتبت سعاد تمرينًا على الجمع تختلف فيه جميع الأرقام. وبعد فرحها بإنجازه قام أخوها الصغير بسكب بقع من الحبر على دفترها. هل تستطيع مساعدة الفتاة على إعادة كتابة حل تمرينها؟

$$\begin{array}{r} \text{●} \text{●} 3 \\ + \quad 7 \text{●} \\ \hline 4 \\ \text{●} \text{●} \text{●} 2 \end{array}$$



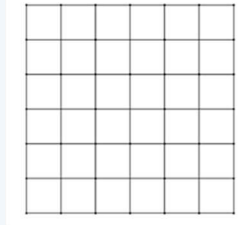
(9) لون خمسة مربعات في الشكل أدناه بحيث يمكن تقسيم الجزء المتبقي إلى خمسة أجزاء متطابقة (يكفي تقديم مثال واحد للإجابة).



(10) اشترى مزارع ثلاث بقرات. الآن، في كل يوم يحصل على:

- من البقرة الأولى: لترين من الحليب.
  - من البقرة الثانية: نصف كمية الحليب التي يحصل عليها من البقرة الثالثة بالإضافة إلى نفس الكمية التي يحصل عليها من البقرة الأولى.
  - من البقرة الثالثة: نصف إجمالي كمية الحليب التي يحصل عليها من الأبقار الثلاث.
- فكم لترًا من الحليب يحصل عليه المزارع السعيد يوميًا من البقرات الثلاث؟

(11) قم بتلوين ستة مربعات من الجدول التالي باللون الأسود بحيث يكون من المستحيل قطع أي شريط أبيض من النوع  $1 \times 6$  أو رباعي أبيض من النوع  $3 \times 3$  بعد التلوين.



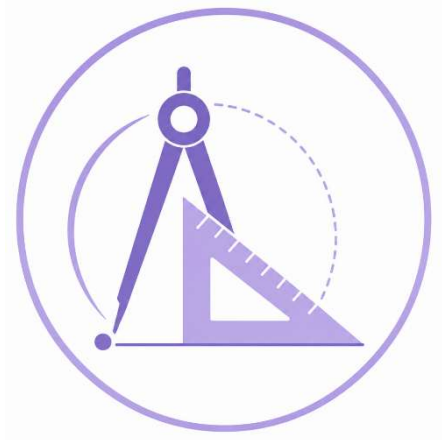
(12) في الشكل المقابل عملية جمع لثلاثة أعداد.

يشير كل حرف إلى أحد الأرقام من 0 إلى 9 ويرمز لنفس الرقم في كل مرة يظهر فيها. الأحرف المختلفة ترمز لأرقام مختلفة. لا يوجد عدد رقم خاتمه اليسرى 0. أوجد جميع القيم الممكنة لنتائج الجمع.

$$\begin{array}{r} J M O \\ J M O \\ + J M O \\ \hline I M O \end{array}$$



## الوحدة الثانية: الهندسة



## 1- النقاط، المستقيمات، والزوايا:

تبدأ الهندسة بثلاثة مفاهيم بسيطة: النقاط، والمستقيمات، والزوايا. إنها بسيطة جداً بحيث تراها كل يوم، لكنها قوية لدرجة أنها تستطيع بناء عوالم كاملة. فلنبدأ بهدوء ونتعرف عليها.

### تعريف:

#### الخط المستقيم:



يتكون المستقيم من عدد غير منته من النقاط ويتم تمثيله كما في الشكل:

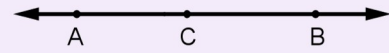
وبما أنه يحتوي النقطتين  $A$  و  $B$  فيمكن التعبير عنه على النحو  $\overleftrightarrow{AB}$  أو يمكن تسميته بأحد حروف اللغة، مثل  $l$ .

#### الشعاع:



الشعاع (أو نصف المستقيم) هو عدد غير منته من النقاط لها نقطة بداية وليس لها نقطة نهاية. والشعاع الذي يبدأ بالنقطة  $A$  باتجاه النقطة  $B$  يرمز له بالرمز  $\overrightarrow{AB}$ .

لاحظ أنه إذا كانت النقطة  $C$  واقعة بين النقطتين  $A$  و  $B$  على المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$  فإننا نقول إن الشعاعين  $\overrightarrow{CA}$  و  $\overrightarrow{CB}$  متعاكسان.

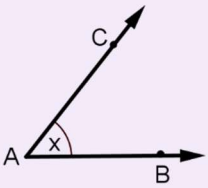


#### القطعة المستقيمة:



إذا كانت  $A$  و  $B$  نقطتين على المستقيم  $\overleftrightarrow{AB}$  فإن القطعة المستقيمة بين النقطتين  $A$  و  $B$  يرمز لها بالرمز  $\overline{AB}$  وهي مجموعة النقاط الواقعة بين  $A$  و  $B$  بما في ذلك النقطتين  $A$  و  $B$ . تسمى النقطتان  $A$  و  $B$  طرفي القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$ .

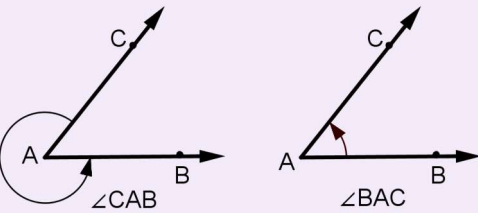
#### الزوايا وقياسها:



تُعرف الزاوية على أنها اتحاد شعاعين يشتركان في نقطة البداية. تسمى نقطة البداية رأس الزاوية

ويسمى الشعاعان ضلعي الزاوية. فمثلاً، على الشكل زاوية رأسها  $A$  وضلعاها هما  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$ .

لاحظ وجود زاوية أخرى ضلعاها  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$ . متى شئنا التفريق بين هاتين الزاويتين سنتقيد بالحركة عكس عقارب الساعة فنسمي مثلاً الزاوية المرسومة في الشكل  $\angle BAC$ ، ونسمي الأخرى  $\angle CAB$ .



## بعض الزوايا الخاصة:

### الزاوية الحادة

هي الزاوية التي قياسها أصغر من  $90^\circ$ .

### الزاوية القائمة

هي الزاوية التي قياسها يساوي  $90^\circ$  وعادة تمثل الزاوية القائمة كما بالشكل المجاور.

### الزاوية المنفرجة

هي الزاوية التي يزيد قياسها عن  $90^\circ$ .

### الزاوية المستقيمة

هي الزاوية التي قياسها  $180^\circ$ . كما بالشكل المجاور.

### الزاويتان المتتامتان

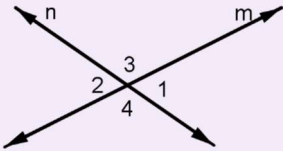
يقال عن زاويتين أنهما متتامتان إذا كان مجموع قياسيهما يساوي  $90^\circ$ .

### الزاويتان المتكاملتان

تسمى الزاويتان متكاملتين متى ما كان مجموع قياسيهما يساوي  $180^\circ$ .

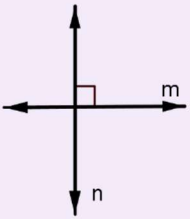
### الزاويتان المتجاورتان

هما زاويتان في المستوى تشتركان في ضلع والرأس، ولكنهما لا تشتركان بنقاط داخلية.



### الزاويتان المتقابلتان بالرأس

إذا تقاطع المستقيمان  $n$  و  $m$  كما هو مبين في الشكل فإنه ينشأ عن ذلك عدد من الزوايا. نقول إن الزاويتين 1 و 2 (أو الزاويتين 3 و 4) متقابلتان بالرأس. وإذا كانت إحدى الزوايا الناتجة عن هذا التقاطع قائمة (ومن ثم جميع الزوايا الأخرى قائمة) فإننا نقول إن المستقيمين متعامدان ونكتب  $m \perp n$ . ويمكننا أن نستنتج هنا أن مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي  $360^\circ$ .

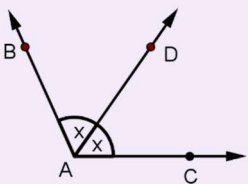


## مُنَصِّف الزاوية:

هو شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين.

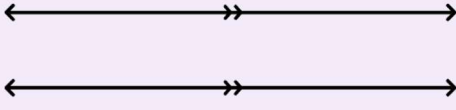
ونقول أن  $\overrightarrow{AD}$  هو منصف الزاوية  $\angle BAC$

إذا وقعت  $D$  داخل الزاوية  $\angle BAC$  وكان  $\angle BAD = \angle DAC$





### المستقيمان المتوازيان:



هما المستقيمين غير المتقاطعين أو متخالفين،  
المستقيمان المتوازيان (  $\parallel$  ) لا يتقاطعان ويقعان في مستوى واحد،  
أما المتخالفان فهما لا يتقاطعان ولا يقعان في مستوى واحد .

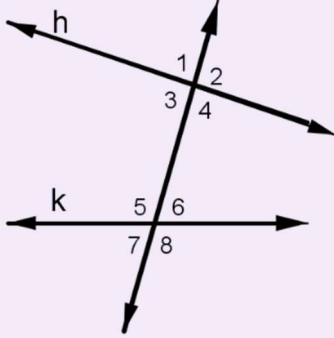
### المستقيم القاطع:

هو المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في مستوى واحد.

إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين فستكون لدينا أزواج الزوايا التالية:

### الزوايا المتبادلة داخلياً:

هما زاويتان غير متجاورتين وفي جهتين مختلفتين من المستقيم القاطع.  
في الشكل المجاور يوجد زوجان من الزوايا التبادلية داخلياً هما  $\angle 3$  و  $\angle 6$  و  $\angle 4$  و  $\angle 5$ .



### الزوايا المتبادلة خارجياً:

هما زاويتان خارجيتان لهما رأسان مختلفان ويقعان على جهتين مختلفتين  
من القاطع. في الشكل يوجد زوجان من الزوايا التبادلية خارجياً هما  $\angle 1$  و  $\angle 8$  و  $\angle 2$  و  $\angle 7$ .

### الزوايا المتحالفة داخلياً:

هما زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع  $\angle 3$  و  $\angle 5$  وكذلك  $\angle 4$  و  $\angle 6$ .

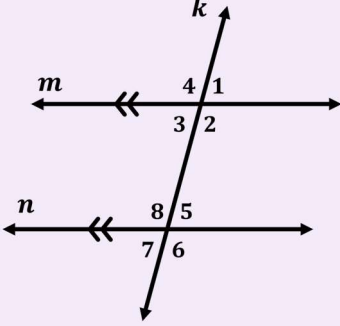
### الزوايا المتناظرة:

هما زاويتين في جهة واحدة من القاطع أحدهما داخلية والأخرى خارجة.  
في الشكل المجاور الزوايا المتناظرة هي  $\angle 1$  و  $\angle 5$  ،  $\angle 2$  و  $\angle 6$  ،  $\angle 3$  و  $\angle 7$  ،  $\angle 4$  و  $\angle 8$ .



### مسلمة (1):

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.  
أي أنه إذا كان  $m \parallel n$  وكان  $k$  قاطع لهما فإن:  
 $(\angle 1 = \angle 5)$ ,  $(\angle 2 = \angle 6)$ ,  $(\angle 3 = \angle 7)$  و  $(\angle 4 = \angle 8)$ .



### مسلمة (2):

إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت زاويتين متناظرتين متطابقتين فإن المستقيمين متوازيان.

أي أنه إذا كان المستقيم  $k$  يقطع مستقيمين وليكونا  $m, n$  وكان كذلك  $(\angle 1 = \angle 5)$  أو  $(\angle 2 = \angle 6)$  أو  $(\angle 3 = \angle 7)$  أو  $(\angle 4 = \angle 8)$  فإن  $m \parallel n$ .  
بالمثل بالنسبة للعلاقة بين الزوايا الداخلية أو المتبادلة داخليا أو خارجيا.

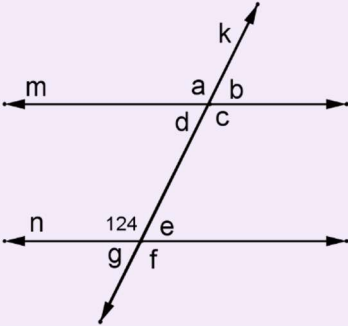
### مثال:

على الشكل المجاور:

إذا كان المستقيم  $m$  يوازي المستقيم  $n$  ويقطعهما المستقيم  $k$  ولدنا قياس زاوية واحدة يساوي  $124^\circ$ .

فأوجد قياس الزوايا:

$\angle a, \angle b, \angle c, \angle d, \angle e, \angle f, \angle g$

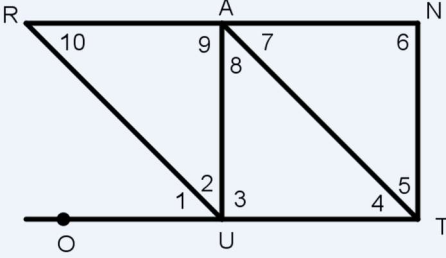


### الحل:

بما أن المستقيم  $m$  يوازي المستقيم  $n$  ويقطعهما المستقيم  $k$ .  
إذاً:

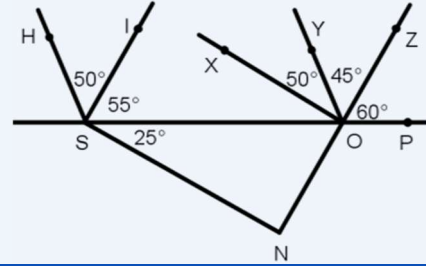
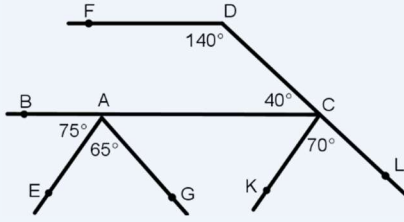
- $\angle a = 124^\circ$  بالتناظر.
- $\angle b = 56^\circ$  متجاورتان متكاملتان
- $\angle c = 124^\circ$  بالتقابل بالرأس
- $\angle d = 56^\circ$  متكاملتان وفي جهة واحدة من القاطع.
- $\angle e = 124^\circ$  بالتناظر مع  $\angle b$  أو بالتبادل مع  $\angle d$
- $\angle f = 124^\circ$  بالتناظر مع  $\angle c$
- $\angle g = 56^\circ$  بالتناظر مع  $\angle d$

(1) على الشكل المجاور وباستخدام المعلومات الموضحة عليه، أوجد المستقيمات التي يجب ان تكون متوازية (إن وجدت) في الحالات التالية:

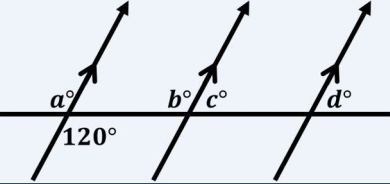


- $\angle 1 \cong \angle 4$  (a)
- $m\angle 2 \cong m\angle 10$  (b)
- $m\angle 5 \cong m\angle 7$  (c)
- $\angle 5 \cong \angle 8$  (d)
- $m\angle 6 = m\angle 9 = 90^\circ$  (e)
- $m\angle 6 = m\angle 3 = 90^\circ$  (f)
- $m\angle 7 = m\angle 10 = m\angle 1$  (g)

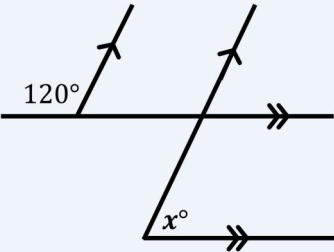
(2) على الشكلين التاليين أوجد أزواج المستقيمات المتوازية، ثم حدد الزوايا المتطابقة أو المتكاملة التي استخدمتها لذلك.



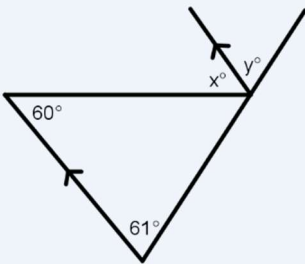
(3) في الشكل المجاور، أوجد قياس  $\angle d$ .

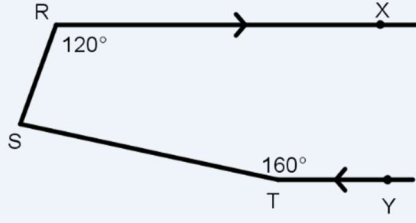


(4) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x$ .

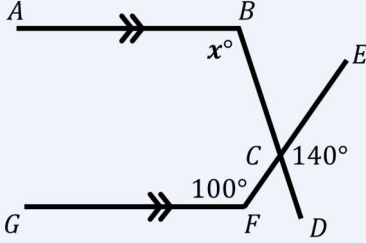


(5) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x, y$ .

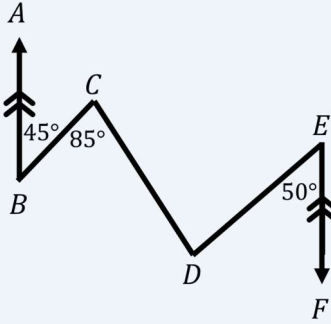




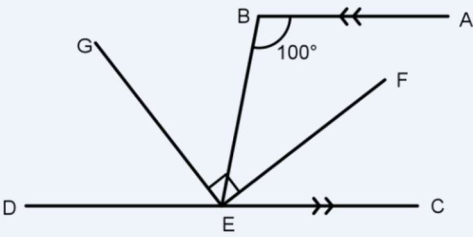
(6) على الشكل المجاور: أوجد قياس  $\angle RST$   
(إرشاد: مستقيم يمر بالنقطة  $S$  يوازي  $(\overline{RX}, \overline{TY})$ .)



(7) على الشكل المجاور: لدينا  $AB \parallel GF$  ،  
 $\angle ECD = 140^\circ$  ،  $\angle GFC = 100^\circ$   
أوجد قيمة  $x$



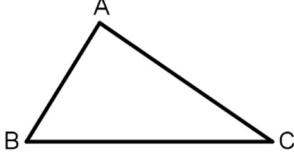
(8) على الشكل: لدينا  $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{EF}$   
أوجد قياس  $\angle CDE$  .  $\angle ABC = 45^\circ$  ،  $\angle BCD = 85^\circ$  ،  $\angle DEF = 50^\circ$



(9) على الشكل المجاور:  
 $AB \parallel DC$  ،  $\angle B = 100^\circ$  ،  $EF$  ينصف  $\angle BEC$  ،  $EF$  عمودي على  $EG$  .  
أوجد قياس كل من  $\angle BEG$  ،  $\angle DEG$

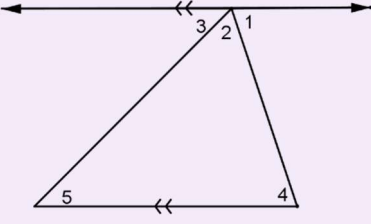
## 2- المثلثات:

المثلثات من المفاهيم الأساسية في الهندسة وهي حالة خاصة من المضلعات التي سندرسها لاحقاً. المثلث نرسم له عادة بالرمز  $\triangle$  وهو اتحاد ثلاث قطع مستقيمة تتحدد بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة. تسمى النقاط  $A, B, C$  رؤوس المثلث والقطع المستقيمة  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$  أضلاع المثلث وزوايا المثلث هي  $\angle A, \angle B, \angle C$ .



تصنف المثلثات حسب أضلاعها وحسب زواياها:

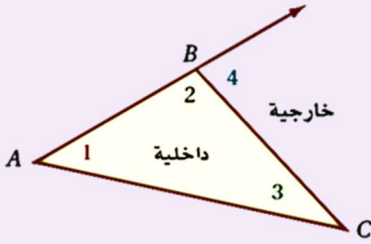
| المثلث الحاد الزوايا                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | المثلث القائم الزاوية                                                                                                             | المثلث المنفرج الزاوية                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                   |                                                      |
| هو المثلث الذي تكون جميع زواياه حادة أي أقل من 90 درجة.                                                                                                                                                                                                                                                                    | هو المثلث الذي تكون إحدى زواياه قائمة (تساوي 90 درجة).<br>يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر ويسمى كل من ضلعي القائمة ساقاً | هو المثلث الذي إحدى زواياه منفرجة (أكبر من 90 درجة). |
| المثلث المختلف الأضلاع                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | المثلث المتساوي الساقين                                                                                                           | المثلث المتطابق الأضلاع                              |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                   |                                                      |
| هو المثلث الذي أطوال أضلاعه الثلاثة مختلفة.                                                                                                                                                                                                                                                                                | هو المثلث الذي يكون فيه ضلعان متساويان                                                                                            | هو المثلث الذي تكون جميع أضلاعه متساوية              |
| <p>الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين متساويتان أيضاً.<br/>يسمى كل من الضلعين المتساويين ساقاً ويسمى الضلع الثالث قاعدة المثلث كما تسمى الزاوية المقابلة للقاعدة بزاوية الرأس وتسمى كل من الزاويتين المتساويتين بزاوية القاعدة.</p> <p>في هذه الحالة تكون جميع زواياه متساوية وقياس كل منها <math>60^\circ</math></p> |                                                                                                                                   |                                                      |



مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة تساوي  $180^\circ$ .  
لإثبات ذلك: نرسم مستقيم يوازي أي ضلع في مثلث ويمر بالرأس  
المقابلة. وبما أن مجموع قياسات الزوايا  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  يساوي  $180^\circ$ ،  
وبما أن  $\angle 1 = \angle 4, \angle 3 = \angle 5$  (بالتبادل). إذن مجموع قياسات الزوايا  
 $\angle 2, \angle 4, \angle 5$  تساوي  $180^\circ$ .

### ملاحظات:

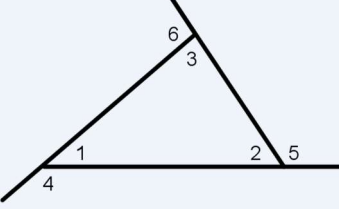
- إذا مددنا أحد أضلاع المثلث فتسمى الزاوية التي تنشأ عن ذلك زاوية خارجة.
- الزاوية الخارجة عن المثلث تساوي مجموع زوايا المثلث الداخلة عدا المجاورة لها.
- إذا طابقت زاويتين في مثلث زاويتين في مثلث آخر فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الآخر.
- إذا تساوت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما متساويان والعكس صحيح.
- في أي مثلث لا يمكن أن يكون هناك أكثر من زاوية قائمة أو منفرجة.
- الزاويتان الحادتان في المثلث القائم متتامتان (مجموعهما  $90^\circ$ ).





## تدريبات:

(1) باستخدام الشكل المجاور أكمل:



(a) إذا كان  $m\angle 1 = 40^\circ$ ,  $m\angle 2 = 60^\circ$ ، فإن:  $m\angle 6 =$  \_\_\_\_\_

(b) إذا كان  $m\angle 1 = 45^\circ$ ,  $m\angle 3 = 70^\circ$ ، فإن:  $m\angle 5 =$  \_\_\_\_\_

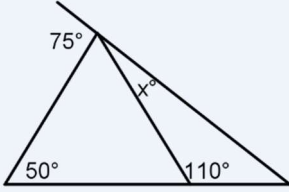
(c) إذا كان  $m\angle 2 = 50^\circ$ ,  $m\angle 3 = 65^\circ$ ، فإن:  $m\angle 4 =$  \_\_\_\_\_

(d) إذا كان  $m\angle 4 = 135^\circ$ ,  $m\angle 2 = 60^\circ$ ، فإن:  $m\angle 3 =$  \_\_\_\_\_

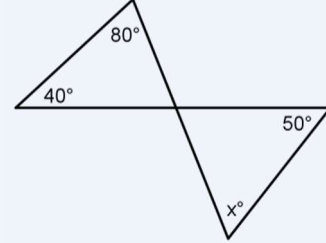
(e) إذا كان  $m\angle 5 = 120^\circ$ ,  $m\angle 1 = 40^\circ$ ، فإن:  $m\angle 3 =$  \_\_\_\_\_

(f)  $m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 =$  \_\_\_\_\_

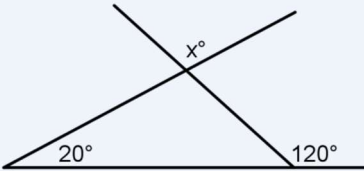
(3) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x$ .



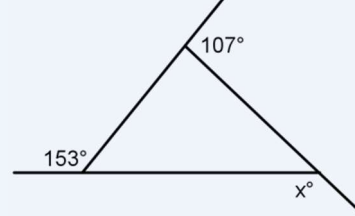
(2) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x$ .



(5) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x$ .



(4) على الشكل المجاور، أوجد قيمة  $x$ .



(7) على الشكل المجاور: شعاع من النور يخرج من

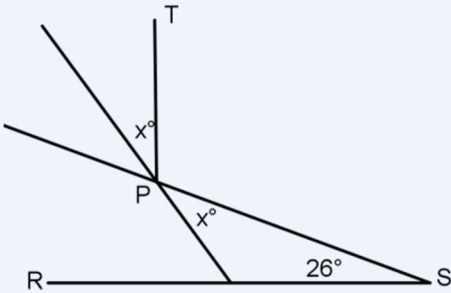
النقطة  $S$

لينعكس عند النقطة  $P$  ليخرج في اتجاه النقطة  $T$  بحيث

$\overleftrightarrow{RS}$

عمودي على  $\overleftrightarrow{PT}$ .

أوجد قيمة  $x$ .

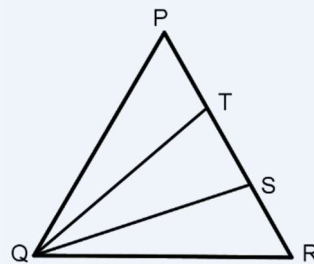


(6) على الشكل المجاور:  $QPR$  مثلث متطابق

الأضلاع

$QT, QS$  تقسم  $\angle PQR$  لثلاثة أجزاء متساوية.

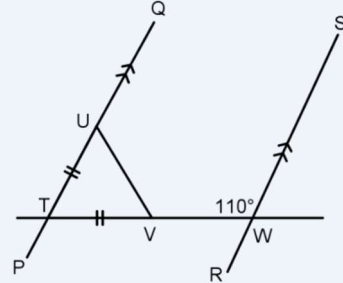
أوجد قياس  $\angle QTP$ .





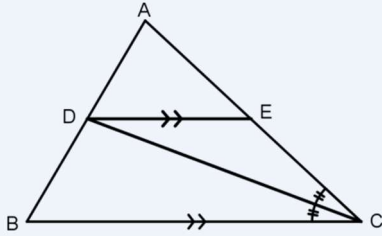
(8) على الشكل المجاور:

$\angle SWV = 110^\circ$  ،  $TU = TV$  ،  $\overrightarrow{RS} \parallel \overrightarrow{PQ}$   
أوجد  $\angle QUV$ .



(9) على الشكل المجاور:  $CD$  ينصف  $\angle ACB$  ،

$DE \parallel BC$  ،  $\angle B = 70^\circ$  ،  $\angle ACB = 40^\circ$   
أوجد قياس كل من  $\angle EDC$  ،  $\angle BDC$

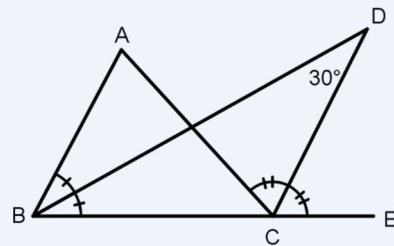


(10) على الشكل المجاور: منصف  $\angle ABC$  ،

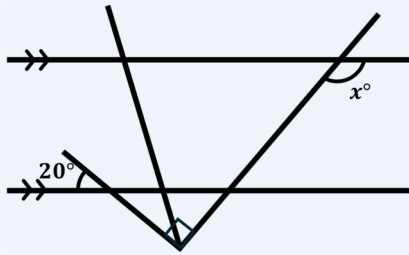
ومنصف

$\angle ACE$  يتقاطعان في نقطة  $D$ . فإذا كان  $\angle BDC = 30^\circ$

أوجد قياس من  $\angle A$ .



(11) على الشكل: أوجد قيمة  $x$ .

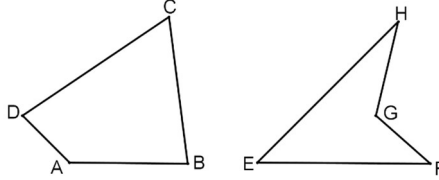




### 3- المضلعات:

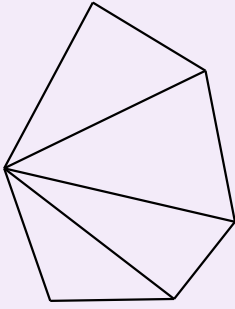
المضلع هو شكل مغلق يمكن رسمه بوصل قطع مستقيمة في نهاياتها، تسمى كل من النقاط رأساً وكل من القطع المستقيمة ضلعاً. زوايا المضلع هي الزوايا التي تنشأ عن تقاطع أضلاع متجاورة. أقطار المضلع هي القطع المستقيمة بين أي رأسين غير متتاليين.

يكون المضلع محدباً إذا كان قياس أي زاوية داخلية له أقل من  $180^\circ$  كما بالشكل  $ABCD$ ، بينما يكون مقعراً إذا كانت إحدى زواياه الداخلية أكبر من  $180^\circ$  كما بالشكل  $EFGH$ ،



وعليه يمكننا أن نقول إن المثلث هو مضلع مكون من ثلاثة أضلاع والرباعي هو مضلع مكون من أربعة أضلاع والخماسي هو مضلع مكون من خمسة أضلاع والسداسي هو مضلع مكون من ستة أضلاع وهكذا.

#### ملاحظات:



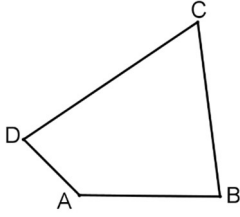
- مجموع الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه  $n$  يساوي  $(n - 2) \times 180^\circ$ . ولإثبات ذلك اختر أي رأس من رؤوس المضلع وارسم جميع أقطاره من هذه النقطة. إن ذلك يقسم المضلع إلى  $n - 2$  من المثلثات. وبهذا فإن مجموع زوايا المضلع الداخلية هو مجموع هذه المثلثات وهذا بدوره يساوي  $(n - 2) \times 180^\circ$ .
- المضلع المنتظم هو مضلع محدب جميع أضلاعه متطابقة وقياس جميع زواياه متساوٍ. ولذا، إذا كان عدد أضلاع (زوايا) المضلع المنتظم هو  $n$  فإن قياس كل من زواياه الداخلية يساوي:

$$\frac{(n - 2) \times 180^\circ}{n}$$

#### تدريبات:

|                                                   |             |             |
|---------------------------------------------------|-------------|-------------|
| (1) أوجد مجموع الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه: |             |             |
| 15 (a                                             | 16 (b       | 17 (c       |
| (2) أوجد قياس الزاوية الداخلية لكل مضلع منتظم من: |             |             |
| 15 ضلعاً (a                                       | 16 ضلعاً (b | 17 ضلعاً (c |
| (3) أوجد مجموع الزوايا الخارجية لمضلع منتظم.      |             |             |

#### 4- الرباعيات:

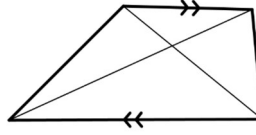


الرباعي هو مضلع مكون من أربعة رؤوس. أي أن الرباعي  $ABCD$  هو اتحاد القطع المستقيمة  $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{DA}$  حيث أي ثلاث نقاط يجب ألا تكون على استقامة واحدة ومجموع قياسات زواياه يساوي  $360^\circ$ .  
ويمكننا أن نلخص بعض خواص الاشكال الرباعية الخاصة فيما يلي:

| المربع                                                                                                                                                               | المعين                                                                                                                                    | المستطيل                                                                                          | متوازي الأضلاع                                              | الشكل   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------|
|                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                           |                                                                                                   |                                                             |         |
| هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان                                                                                                                                | هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان ومن ثم فإن جميع أضلاعه متساوية.                                                               | هو متوازي أضلاع إحدى زواياه (ومن ثم جميع زواياه) قائمة.                                           | متوازي الأضلاع هو رباعي محدب فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان | التعريف |
| جميع أضلاعه متساوية                                                                                                                                                  | جميع أضلاعه متساوية                                                                                                                       | كل ضلعين متقابلين متساويين                                                                        | كل ضلعين متقابلين متساويين                                  | الأضلاع |
| جميع زواياه متطابقة وكل منها يساوي $90^\circ$                                                                                                                        | كل زاويتين متقابلتين متطابقتين                                                                                                            | جميع زواياه متطابقة وكل منها يساوي $90^\circ$                                                     | كل زاويتين متقابلتين متطابقتين                              | الزوايا |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>ينصف كل منهما الآخر.</li> <li>متساويان في الطول</li> <li>متعامدان.</li> <li>القطر ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>ينصف كل منهما الآخر.</li> <li>متعامدان.</li> <li>القطر ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>ينصف كل منهما الآخر.</li> <li>متساويان في الطول</li> </ul> | ينصف كل منهما الآخر                                         | القطران |
| طول الضلع $\times$ نفسه                                                                                                                                              | القاعدة $\times$ الارتفاع                                                                                                                 | الطول $\times$ العرض                                                                              | القاعدة $\times$ الارتفاع                                   | المساحة |
| طول الضلع $\times 4$                                                                                                                                                 | طول الضلع $\times 4$                                                                                                                      | (الطول + العرض) $\times 2$                                                                        | مجموع أطوال الأضلاع                                         | المحيط  |

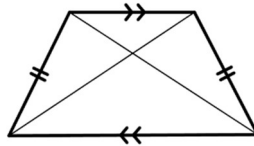
#### تعريف 4-1

شبه المنحرف، هو شكل رباعي فيه ضلعين متقابلين فقط متوازيين.



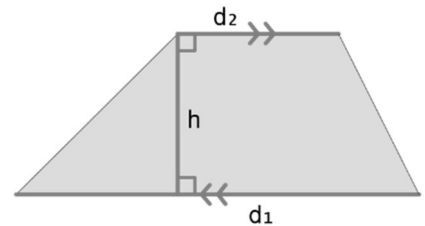
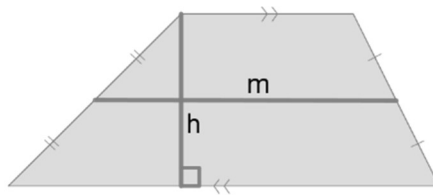
#### تعريف 4-2

إذا تطابق الضلعين الغير متوازيين (الساقان) في شبه المنحرف فإنه يسمى شبه منحرف متطابق الضلعين (الساقين) ويتساوى قطراه وتتساوى زاويتي قاعدته.



#### نظرية 4-1

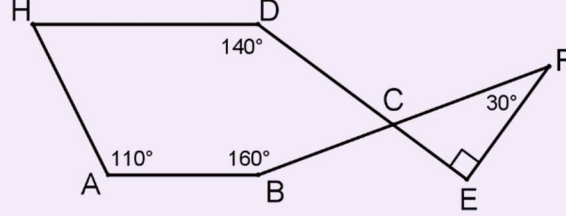
مساحة شبه المنحرف  $A = \frac{1}{2}h(d_1 + d_2)$   
أو القاعدة المتوسطة في الارتفاع. ( $A = h \cdot m$ )





أمثلة:

(1) على الشكل أدناه: لدينا المستقيمان  $DE, BF$  يتقاطعان في نقطة  $C$ ، بحيث أن  $EF$  عمودي على  $DE$ ،  
 $\angle HDC = 140^\circ, \angle CFE = 30^\circ, \angle HAB = 110^\circ, \angle ABC = 160^\circ$  أثبت أن  $AB \parallel HD$ .



الحل:

في  $\triangle FEC$  القائم في  $\angle E$ ، بما أن  $\angle CFE = 30^\circ$  إذن

$$\angle FCE = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

إذن بالتقابل بالرأس

$$\angle DCB = 60^\circ$$

وبما أن الشكل  $ABCDH$  شكلا خماسيا، إذن مجموع قياسات زواياه الداخلية:

$$\begin{aligned} &= (n - 2) \times 180^\circ \\ &= (5 - 2) \times 180^\circ \\ &= 3 \times 180^\circ \\ &= 540^\circ \end{aligned}$$

إذن

$$\begin{aligned} \angle H &= 540^\circ - (110^\circ + 160^\circ + 60^\circ + 140^\circ) \\ \angle H &= 540^\circ - 470^\circ \\ \angle H &= 70^\circ \end{aligned}$$

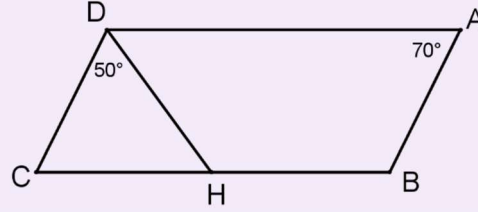
وبما أن

$$\angle H + \angle A = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$

وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع  $AH$ ، إذن  
 $AB \parallel HD$



(2) على الشكل:  $ABCD$  متوازي أضلاع فيه  $H$  تقع على الضلع  $BC$  ،  $\angle A = 70^\circ$  ،  $\angle CDH = 50^\circ$  ،  
أوجد قياس  $\angle BHD$  .

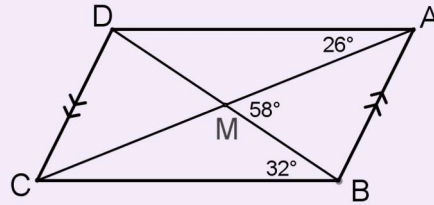


**الحل:**

بما أن  $ABCD$  متوازي أضلاع  
إذن  $\angle C = \angle A = 70^\circ$  (زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع)  
وبما أن  $\angle DHB$  خارجة عن المثلث  $DHC$  ، إذن

$$\begin{aligned}\angle DHB &= \angle C + \angle CDH \\ \angle DHB &= 50^\circ + 70^\circ \\ \angle DHB &= 120^\circ\end{aligned}$$

(3) على الشكل:  $ABCD$  رباعي تقاطع قطراه  $M$  ،  $AB \parallel CD$  ،  $\angle MBC = 32^\circ$  ،  $\angle AMB = 58^\circ$  ،  
 $\angle CAD = 26^\circ$  . أثبت أن  $ABCD$  متوازي أضلاع.



**الحل:**

بما أن  $\angle AMB$  خارجة عن المثلث  $CMB$  ، إذن  
 $\angle AMB = \angle MBC + \angle MCB$

$$\begin{aligned}\text{إذن} \quad 58^\circ &= 32^\circ + \angle MCB \Rightarrow \angle MCB = 26^\circ\end{aligned}$$

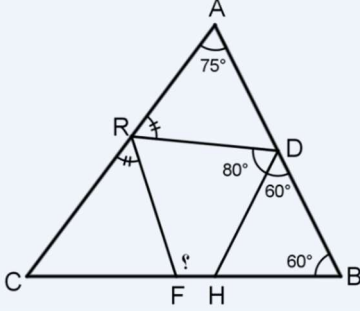
$$\angle CAD = \angle MCB \text{ وهما في وضع تبادل.}$$

إذن  $AD \parallel BC$  ، وبما أن  $AB \parallel CD$   
إذن  $ABCD$  متوازي أضلاع.

## تدريبات:

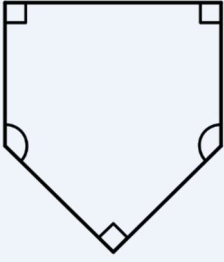
(1) على الشكل:

$\triangle ABC$  فيه  $\angle BAC = 75^\circ$ ,  $\angle HDR = 80^\circ$ ,  $\angle ABDH = \angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle ARD = \angle FRC$   
أوجد قياس  $\angle HFR$ .



(2) في لعبة البيسبول الأمريكية تمثل قاعدة اللعب شكلا خماسيا ( كما بالشكل المجاور)

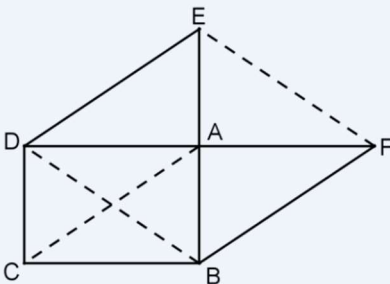
يتكون من ثلاثة زوايا قائمة وزاويتين متطابقتين  
أوجد قياس هاتين الزاويتين.



(3) سطحا معين وشبه منحرف متساويان في المساحة فإذا كان طول ضلع المعين 10 وطول القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف 15 فأوجد النسبة بين ارتفاعيهما.  
(القاعدة المتوسطة في شبه المنحرف هي القطعة الواصلة بين منتصفي الضلعين غير المتساويين في شبه المنحرف).

(4) شبه منحرف طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين يساوي 3 أمثال طول القاعدة الأخرى فإذا كان ارتفاعه يساوي طول قاعدته المتوسطة ومساحته 100. أوجد طولاً قاعدتيه المتوازيتين.

(5) على الشكل أدناه:  $ABCD$  مستطيل،  $ACDE$ ،  $ACBF$  متوازي أضلاع أثبت أن  $EF \parallel BD$ .





## 5- تطابق المثلثات:

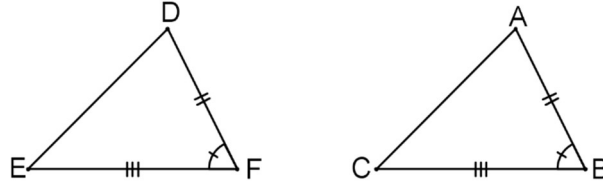
من السهل أن نرسم مثلثين أطوال أضلاع الأول منهما على سبيل المثال 4,5,7 ثم نرسم المثلث الثاني بنفس الأطوال.

ولكن على ورقة شفافة وعند وضعها على الورقة التي تحوي المثلث الأول ستلاحظ انطباق المثلثان وستلاحظ أيضاً أن الزوايا المتناظرة تتساوي في قياسها، هذا ما نطلق عليه تطابق المثلثين وما ذكرناه هنا هو حالة من حالات التطابق، ولعلنا الآن نبدأ في الحديث بالتفصيل عن حالات التطابق.

### حالات تطابق المثلثين:

#### الحالة الأولى:

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزوايا المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر، وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SAS).



في المثلثين:  $\triangle ABC, \triangle DFE$  ، إذا كان:

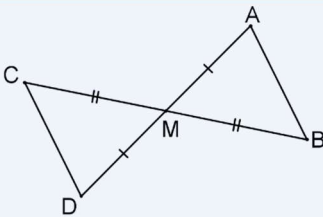
$$\begin{cases} AB = DF \\ BC = FE \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$

فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (SAS)

وينتج أن:

$$\begin{cases} AC = DE \\ \angle A \cong \angle D \\ \angle C \cong \angle E \end{cases}$$

### تدريب(1):



على الشكل  $M$  منتصف القطعة  $AD$  وكذلك منتصف القطعة  $BC$

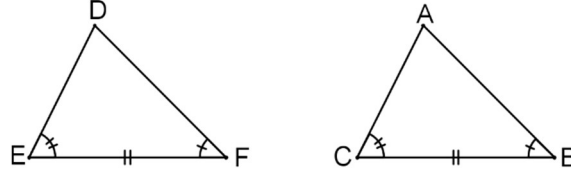
أثبت أن: أولاً:  $AB = CD$

ثانياً:  $AB \parallel CD$ .



### الحالة الثانية:

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (ASA).



في المثلثين:  $ABC, DFE$  ، إذا كان:

$$\begin{cases} CB = EF \\ \angle C \cong \angle E \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$

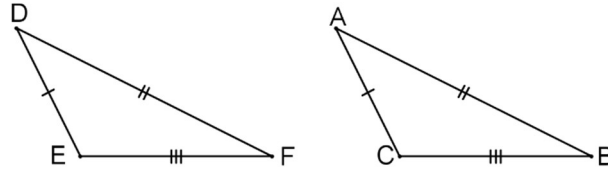
فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DFE (ASA)$

وينتج أن:

$$\begin{cases} AB = DF \\ AC = DE \\ \angle A \cong \angle D \end{cases}$$

### الحالة الثالثة:

يتطابق مثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SSS).



في المثلثين:  $ABC, DFE$  ، إذا كان:

$$\begin{cases} AB = DF \\ AC = DE \\ BC = EF \end{cases}$$

فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DFE (SSS)$

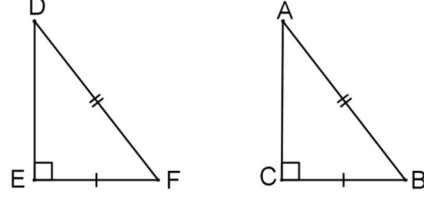
وينتج أن:

$$\begin{cases} \angle A \cong \angle D \\ \angle C \cong \angle E \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$



### الحالة الرابعة:

يتطابق المثلثان القائم الزاوية إذا تطابق في أحدهما ضلع ووتر في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (HS).



في المثلثين:  $ABC, DFE$  ، إذا كان:

$$\begin{cases} AB = DF \\ CB = EF \\ m(\angle C) = m(\angle E) = 90^\circ \end{cases}$$

فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DFE (HS)$  وينتج أن:

$$\begin{cases} AC = DE \\ \angle A \cong \angle D \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$

### ملاحظات:

الضلعان المتطابقان في المثلث المتطابق الضلعين يسميان الساقين، والضلع الثالث يسمى القاعدة. أما الزاويتين على القاعدة فيسميان زاويتا القاعدة وتسمى الزاوية المقابلة للقاعدة بزاوية الرأس للمثلث المتطابق الساقين.

### نظرية (المثلث المتطابق الساقين):

زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الساقين متطابقتين. وكذلك إذا تطابقت زاويتان في أي مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يتطابقان.

### نتائج:

- المثلث المتطابق الأضلاع هو أيضا مثلث متطابق الزوايا.
- قياس زاوية المثلث المتطابق الأضلاع تساوي  $60^\circ$ .
- منتصف زاوية الرأس في المثلث المتطابق الساقين عمودي على القاعدة ويقطعها في المنتصف.
- المثلث المتطابق الزوايا هو أيضا مثلث متطابق الأضلاع.

## تدريبات:

على الأشكال التالية أوجد المثلث ( إذا وجد ) الذي يطابق  $\triangle ABC$  وحدد المسلمة التي استخدمتها.

|            |            |            |
|------------|------------|------------|
| <p>(3)</p> | <p>(2)</p> | <p>(1)</p> |
|------------|------------|------------|

|            |            |            |
|------------|------------|------------|
| <p>(6)</p> | <p>(5)</p> | <p>(4)</p> |
|------------|------------|------------|

|            |            |            |
|------------|------------|------------|
| <p>(9)</p> | <p>(8)</p> | <p>(7)</p> |
|------------|------------|------------|

|             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| <p>(12)</p> | <p>(11)</p> | <p>(10)</p> |
|-------------|-------------|-------------|

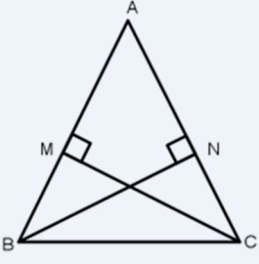
|             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| <p>(15)</p> | <p>(14)</p> | <p>(13)</p> |
|-------------|-------------|-------------|



(16) على الشكل المجاور: إذا كان  $\overline{BN} \perp \overline{AC}, \overline{CM} \perp \overline{AB}, \overline{AB} \cong \overline{AC}$

وضح كيف تستطيع أن تثبت أن:

$$\triangle ABN \cong \triangle ACM$$

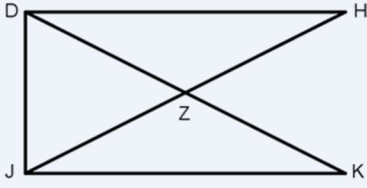


(17) على الشكل المجاور: إذا كان:

$$JH = DK, DH \perp DJ, JK \perp DJ$$

أثبت أن:

$$\angle H = \angle K$$

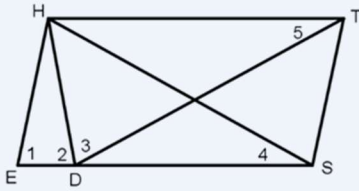


(18) على الشكل المجاور إذا كان:

$$ES = DT, \angle 1 = \angle 2 = \angle 3$$

أثبت أن:

$$\angle 4 \cong \angle 5$$

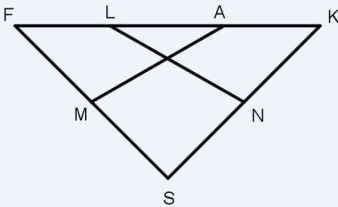


(19) على الشكل المجاور إذا كان:

$$SK \text{ منتصف } N, SF \text{ منتصف } M, FL = AK, SF = SK$$

أثبت أن:

$$AM = LN$$



(20) على الشكل  $\triangle ABC$  فيه  $AB = AC$

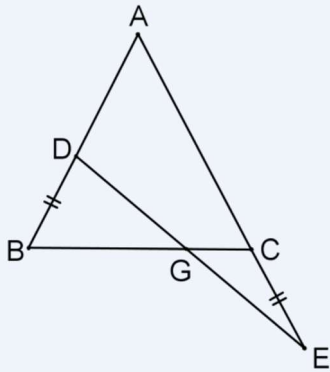
وتقع النقطة D على AB، والنقطة E تقع على امتداد AC بحيث  $BD = CE$

فإذا كان:

DE يقطع BC في G

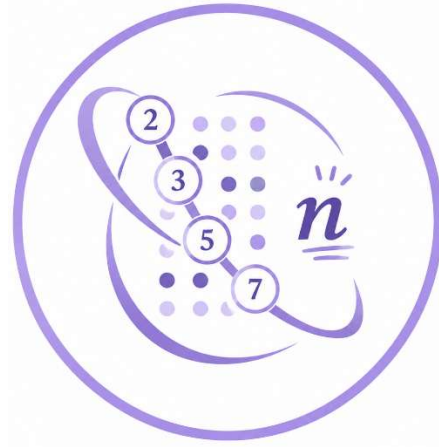
فأثبت أن:

$$DG = GE$$





## الوحدة الثالثة: نظرية الاعداد





## مقدمة في نظرية الأعداد: قابلية القسمة والتحليل إلى العوامل الأولية

هذا الملف عبارة عن دليل تمهيدي للعمليات الأساسية في قابلية قسمة الأعداد الصحيحة والتحليل إلى العوامل الأولية. سنستعرض مجموعة من قواعد قابلية القسمة العملية، ونعرّف الأعداد الأولية والمؤلفة، ونؤسس لأهم نظرية في علم الأعداد: النظرية الأساسية في الحساب. أخيرًا، سنطبق هذه المفاهيم لنوضح كيف أن التحليل إلى عوامل هو أداة قوية لتبسيط التعبيرات الرياضية المعقدة.

### 1- قواعد قابلية القسمة:

قبل الخوض في موضوع التحليل، من المفيد أن يكون لدينا مجموعة من القواعد لتحديد ما إذا كان عدد ما يقبل القسمة على عدد آخر بسرعة. بشكل رسمي، نقول إن العدد الصحيح  $a$  يقسم العدد الصحيح  $b$ ، وتكتب  $a \mid b$ ، إذا كان هناك عدد صحيح  $k$  بحيث  $b = ak$ .

#### قابلية القسمة على 2

يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان رقمه الأخير زوجيًا (0, 2, 4, 6, 8).  
**مثال:** العدد 538 يقبل القسمة على 2 لأن رقمه الأخير هو 8.

#### قابلية القسمة على 3

يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.  
**مثال:** العدد 741 يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه  $(1 + 4 + 7 = 12)$ ، و12 يقبل القسمة على 3.

#### قابلية القسمة على 4

يقبل العدد القسمة على 4 إذا كان العدد المكون من رقميه الأخيرين يقبل القسمة على 4.  
**مثال:** العدد 1,824 يقبل القسمة على 4 لأن العدد 24 يقبل القسمة على 4.

#### قابلية القسمة على 5

يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقمه الأخير 0 أو 5.  
**مثال:** العدد 9,875 يقبل القسمة على 5 لأن رقمه الأخير هو 5.

#### قابلية القسمة على 6

يقبل العدد القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على كل من 2 و 3.  
**مثال:** العدد 432 يقبل القسمة على 6 لأنه يقبل القسمة على 2 (الرقم الأخير 2) وعلى 3 (مجموع الأرقام 9).

#### قابلية القسمة على 9

يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9.  
**مثال:** العدد 2,853 يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه 18، و18 يقبل القسمة على 9.

#### قابلية القسمة على 10

يقبل العدد القسمة على 10 إذا كان رقمه الأخير 0.  
**مثال:** العدد 12,340 يقبل القسمة على 10.



### قابلية القسمة على 11

يقبل العدد القسمة على 11 إذا كان المجموع التبادلي (طرح الخانات في الأماكن الفردية من الخانات في الأماكن الزوجية) لأرقامه يقبل القسمة على 11.  
**مثال:** لنأخذ العدد 54,384. المجموع التبادلي هو  $5 - 4 + 3 - 8 + 4 = 0$ . بما أن 0 يقبل القسمة على 11، فإن العدد 54,384 يقبل القسمة على 11.

### مثال:

أمامك ثلاثة أعداد. كل عدد منها يقبل القسمة على أحد الأعداد التالية: 7، 9، أو 11. صل كل عدد بالقاسم المناسب.  
الأعداد هي:

- 819045 (1)
- 792143 (2)
- 16926 (3)

### الحل:

لحل هذه المسألة، سنقوم بتطبيق قواعد قابلية القسمة على كل عدد لتحديد المقسوم عليه الصحيح.

**(1) اختبار العدد 819,045**

سنبدأ باختبار قابلية القسمة على 9 لأنها الأسهل.

قاعدة قابلية القسمة على 9: يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9.  
مجموع خانات العدد 819,045:

$$8 + 1 + 9 + 0 + 4 + 5 = 27$$

النتيجة: بما أن 27 تقبل القسمة على 9، فإن العدد 819,045 يقبل القسمة على 9.

إذًا، العدد 819,045 يقبل القسمة على 9.

**(2) اختبار العدد 792,143**

هذا العدد يبدو معقدًا، لذا قاعدة قابلية القسمة على 11 هي مرشح جيد للاختبار.

قاعدة قابلية القسمة على 11: يقبل العدد القسمة على 11 إذا كان المجموع التبادلي لأرقامه يقبل القسمة على 11.

التطبيق: لنحسب المجموع التبادلي لأرقام العدد 792,143:

$$3 - 4 + 1 - 2 + 9 - 7 = -1 + 1 - 2 + 9 - 7 = 0 - 2 + 9 - 7 = -2 + 2 = 0$$

النتيجة: بما أن 0 يقبل القسمة على 11، فإن العدد 792,143 يقبل القسمة على 11.

إذًا، العدد 792,143 يقبل القسمة على 11.

بما أننا وجدنا العددين الذين يقبلان القسمة على 9 و 11، إذاً يجب أن يكون العدد الأخير 16,926 هو الذي يقبل القسمة على 7.



## 2- الأعداد الأولية:

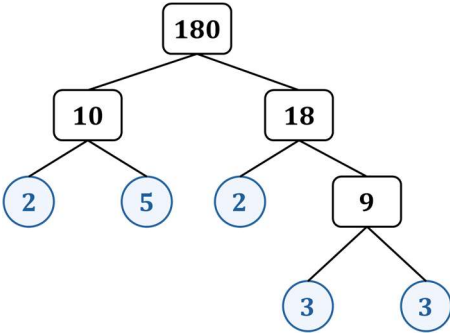
جميع الأعداد الصحيحة الأكبر من 1 هي إما أعداد أولية أو أنها مركبة من حاصل ضرب أعداد أولية.  
**تعريف (العدد الأولي):** العدد الأولي هو عدد صحيح أكبر من 1 وقواسمه الموجبة الوحيدة هي 1 ونفسه.  
 أمثلة على الأعداد الأولية: (2,3,5,7,11,47,97)  
**تعريف (العدد المركب):** العدد المركب هو عدد صحيح أكبر من 1 وليس أوليًا.  
 أمثلة على الأعداد المركبة: (4,9,15,27,180,588)

**النظرية الأساسية في الحساب:** كل عدد صحيح أكبر من 1 هو إما عدد أولي، أو يمكن تمثيله كحاصل ضرب أعداد أولية، وهذا التمثيل فريد باستثناء ترتيب العوامل.

## 3- طرق التحليل إلى العوامل الأولية:

### طريقة شجرة العوامل

**مثال:** (تحليل العدد 180) نحلل العدد 180 إلى أن نصل إلى



عوامله الأولية:

- لاحظ أن العدد 180 هو عبارة عن ضرب 10 و 18.
- نحلل الـ 18 كحاصل ضرب 9 و 2. والـ 10 كحاصل ضرب 2 و 5.
- نحلل الـ 9 كحاصل ضرب 3 و 3.
- إذا تحليل الـ 180 هو عبارة عن ضرب الأعداد الأولية  $2^2 \times 3^2 \times 5$ .

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$



## طريقة القسمة المتكررة

**مثال:** (تحليل العدد 588) نقسم العدد على اقل عدد اولي يقسمه الى ان نصل الى 1. ثم نعد القواسم:

|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>أحياناً، نمثل طريقة القسمة المتكررة بقسمة العمود لتسهيل الحسابات:</p> $  \begin{array}{r l}  2 & 588 \\  2 & 294 \\  3 & 147 \\  7 & 49 \\  7 & 7 \\  1 &   \end{array}  $ | $  \begin{aligned}  588 \div 2 &= 294 \\  294 \div 2 &= 147 \\  147 \div 3 &= 49 \\  49 \div 7 &= 7 \\  7 \div 7 &= 1  \end{aligned}  $ <p>إذا:</p> $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 4- كيف يسهل التحليل الحسابات:

تكمّن القوة الحقيقية للتحليل في قدرته على كشف البنية الداخلية للأعداد، مما يمكننا من تبسيط العمليات الحسابية التي تبدو معقدة، مثل القسمة والجمع والطرح.

### تبسيط القسمة (الكسور)

عند قسمة عددين كبيرين (أو تبسيط كسر)، فإن البحث عن العوامل المشتركة بينهما هو الطريقة المثلى.

**مثال** (بسط الكسر):

$$\frac{396}{924}$$

**الحل :**

نحلل البسط والمقام باستعمال أحد الطرق لنحصل على:

$$396 = 2^2 \times 3^2 \times 11, \quad 924 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$$

إذا، عند قسمة العددين يمكننا اختزال العوامل الأولية المشتركة لنحصل على:

$$\frac{396}{924} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 7 \times 11} = \frac{2^2}{2^2} \times \frac{3^2}{3} \times \frac{1}{7} \times \frac{11}{11} = \frac{3}{7}$$



## تدريبات:

(1) ما نتيجة العملية الحسابية  $(20 + 18) \div (20 - 18)$  ؟

- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 34 (E) 36

(2) أي من الأرقام التالية هو الأقرب إلى ناتج العملية  $\frac{17 \times 0.3 \times 20.16}{999}$  ؟

- (A) 0.01 (B) 0.1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

(3) يعلم مصطفى أن  $1111 \times 1111 = 1234321$ . ما هي النتيجة التي يحصل عليها عند حساب  $1111 \times 2222$  ؟

- (A) 3456543 (B) 2345432 (C) 2234322 (D) 2468642 (E) 4321234

(4) ما هو الرقم الذي يجب أن يحل محل النجمة (\*) لتكون المعادلة التالية صحيحة  $2 \cdot 18 \cdot 14 = 6 \cdot * \cdot 7$  ؟

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15

(5) أي العبارات التالية صحيحة؟

- (A)  $\frac{4}{1} = 1.4$  (B)  $\frac{5}{2} = 2.5$  (C)  $\frac{6}{3} = 3.6$  (D)  $\frac{7}{4} = 4.7$  (E)  $\frac{8}{5} = 5.8$

(6) مجموع 5 أعداد صحيحة متتالية هو  $10^{2030}$ . ما هو العدد الأوسط بينها؟

- (A)  $10^{2030}$  (B)  $5^{2029}$  (C)  $10^{2029}$  (D)  $2^{2030}$  (E)  $2 \cdot 10^{2029}$

(7) أي الكسور التالية أصغر من 2؟

- (A)  $\frac{19}{8}$  (B)  $\frac{20}{9}$  (C)  $\frac{21}{10}$  (D)  $\frac{22}{11}$  (E)  $\frac{23}{12}$

(8) 2016 ساعة كم تساوي من الأسابيع؟

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16



(9) ما هو ناتج جمع 25% من 1448 و 1448% من 25؟

- (A) 724 (B) 1448 (C) 2025 (D) 3024 (E) 5042

(10) لدى حمزة 20 ريالاً، وكل من أشقائه الأربعة لديه 10 ريالاً. كم يجب على حمزة أن يعطي كل شقيق من أشقائه حتى يتساوى المبلغ مع الجميع؟

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 10

(11) سدس الجمهور في مسرح للأطفال هم من البالغين، والباقي أطفال. خمساً ( $\frac{2}{5}$ ) الأطفال هم فتيات. ما هو الكسر الذي يمثل الأولاد من إجمالي الجمهور؟

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{5}$  (E)  $\frac{2}{5}$

(12) أربعة أبناء عمومة أعمارهم 3, 8, 12, 14 سنة. فاطمة أصغر من خلود. مجموع عمري سلوى وفاطمة يقبل القسمة على 5، وكذلك مجموع عمري سلوى وخلود. كم عمر إيناس (ابنة العم الرابعة)؟

- (A) 14 (B) 12 (C) 8 (D) 3 (E) لا يمكن التحديد

(13) إذا ضربت الخانات الثلاثة لعدد مكون من ثلاثة خانات، ستحصل على 135. ما هي النتيجة التي ستحصل عليها بجمع هذه الأرقام الثلاثة؟

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

(14) مستطيل مساحته  $12 \text{ cm}^2$ . أطوال أضلاعه أعداد طبيعية. أي محيط يمكن أن يكون للمستطيل؟

- (A) 20 cm (B) 26 cm (C) 28 cm (D) 32 cm (E) 48 cm

(15) تكتب رزان ثلاثة أعداد أولية جميعها أقل من 100. هي تستخدم فقط الأرقام 1, 2, 3, 4, 5، وفي الحقيقة هي تستخدم كل رقم مرة واحدة بالضبط. أي من الأعداد الأولية التالية كتبت رزان بالتأكيد؟

- (A) 2 (B) 5 (C) 31 (D) 41 (E) 53



(16) كم مرة يظهر المجموع  $1448^2$  تحت الجذر، إذا كانت العبارة التالية صحيحة؟

$$\sqrt{1448^2 + 1448^2 + \dots + 1448^2} = 1448^{10}$$

(A)5 (B)8 (C)18 (D) $1448^8$  (E) $1448^{18}$

(17) الجدول التالي هو جدول ضرب الأعداد من 1 إلى 10. ما هو مجموع كل الـ 100 ناتج في الجدول المكتمل؟

| •   | 1   | 2   | 3   | ... | 10  |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 1   | 2   | 3   | ... | 10  |
| 2   | 2   | 4   | 6   | ... | 20  |
| 3   | 3   | 6   | 9   | ... | 30  |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 10  | 10  | 20  | 30  | ... | 100 |

(A)1000 (B)2025 (C)2500 (D)3025 (E)5500

(18) يكتب احمد ثلاثة أرقام من خانة واحدة على السبورة. يضيفهم سعود ويحصل على 15. ثم يحذف أحد الأرقام الثلاثة ويستبدله بالرقم 3. يضرب احمد هذه الأرقام الثلاثة الجديدة ويحصل على 36. ما هي الأرقام التي كان من الممكن أن يحذفها علي؟

(A)7 or 6 (B)8 or 7 (C)6 (D)7 (E)8



## الوحدة الرابعة: التركيبات

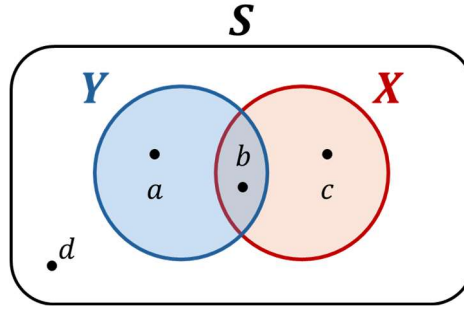




## علم العد (التركيبات)

### 1- العد باستخدام أشكال فن:

تستخدم أشكال فن لحل مسائل العد التي تتضمن أنواع متداخلة في الصفات. وعادة تمثل الأنواع بدوائر متداخلة، في كل جزء منها عدد يمثل عدد العناصر من هذا النوع كما في الرسم التوضيحي:



$a$  يحقق الخاصية  $Y$  فقط

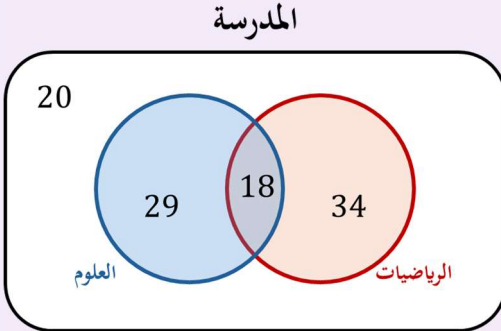
$c$  يحقق الخاصية  $X$  فقط

$b$  يحقق الخاصيتين  $Y$  و  $X$  معاً

$d$  لا يحقق الخاصية  $X$  ولا يحقق الخاصية  $Y$  (لا يحقق أي من الخاصيتين  $X$  أو  $Y$ )

**مثال:**

الشكل التالي يمثل أعداد الطلاب في مدرسة والذين يفضلون حصة الرياضيات والذين يفضلون حصة العلوم.



- كم عدد الطلاب الذين يفضلون الرياضيات؟ .....
- كم عدد الطلاب الذين يفضلون العلوم أو الرياضيات؟ .....
- كم عدد الطلاب الذين يفضلون العلوم والرياضيات معاً؟ .....
- كم عدد الطلاب الذين يفضلون العلوم فقط؟ .....
- كم عدد الطلاب الذين لا يفضلون العلوم؟ .....
- كم عدد طلاب المدرسة؟ .....

**الحل:**

- $18 + 34 = 52$
- $29 + 18 + 34 = 81$
- 18
- 29
- $18 + 34 + 20 = 72$
- $18 + 34 + 29 + 20 = 101$

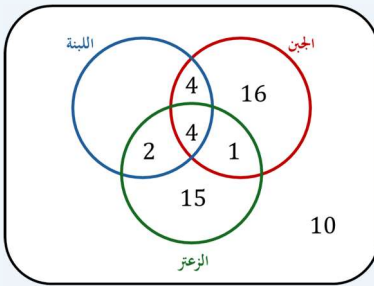


## تدريبات:

(1) في أحد فصول الموهوبين لدينا 35 طالباً، تم تقديم عرض للطلاب بتعلم لغة أجنبية وهي الإنجليزية والفرنسية. أختار 15 طالب اللغة الإنجليزية، واختار 5 طلاب اللغتين معاً. إذا علمت أن أي طالب أختار تعلم أحد اللغتين على الأقل، فكم عدد الطلاب الذين اختاروا تعلم اللغة الفرنسية فقط؟

(2) ذهب 40 شخص في رحلة، 18 منهم يفضلون فطيرة الجبن و15 منهم يفضلون فطيرة اللبنة، بينما 12 منهم لا يفضلون أي من النوعين. كم عدد الطلاب الذين يفضلون النوعين معاً؟

(3) تم عمل استفتاء لـ 50 طالباً في مدرسة لمعرفة نوع الرياضة المفضلة لديهم، وكانت النتيجة أن 33 منهم يفضلون لعبة كرة القدم و24 يفضلون كرة السلة و11 منهم يفضلون اللعبتين معاً. كم عدد الطلاب الذين لا يفضلون أي من اللعبتين؟



(4) يظهر في الشكل توزيع طلاب مدرسة فيها 60 طالب،

حسب تفضيلهم لثلاثة أنواع من الفطائر.

كم عدد الطلاب الذين يفضلون اللبنة؟

(5) عمل مدير مصنع دراسة على ثلاثة منتجات من المصنع، فوجد أن 38 شخصاً أحبوا المنتج "أ"، و36 أبدوا إعجابهم بالمنتج "ب"، و39 أعجبهم المنتج "ج"، وإن 24 شخصاً أحبوا المنتجين "أ" و"ب"، و20 شخصاً أحبوا المنتجين "ج" و"أ"، و18 شخصاً أحبوا المنتج "ب" و"ج"، وأخيراً 9 أشخاص أحبوا جميع المنتجات الثلاثة. ما عدد الأشخاص الذين أحبوا المنتج "ج" فقط؟



## 2- عد قائمة من الأعداد:

من السهل عد الأعداد في القائمة 50, ..., 1,2,3,4 وذلك تسمى قائمة بسيطة، ومن هنا يمكن القول إن قائمة الأعداد بسيطة إذا حققت الشرطين:

- 1- تبدأ بالعدد 1 .
- 2- الأعداد المتجاورة متتالية.

**مثال:**

كم عدد الأعداد في القائمة 3,6,9, ..., 327

**الحل:**

القائمة ليست بسيطة لكن يمكن تحويلها إلى قائمة بسيطة بقسمة جميع الأعداد في القائمة على 3 لتصبح

|          |                 |             |
|----------|-----------------|-------------|
| $\div 3$ | 3,6,9, ..., 327 |             |
|          | 1,2,3, ..., 109 | قائمة بسيطة |

إذاً عدد الأعداد يساوي 109

**مثال:**

كم عدد الأعداد في القائمة 23,28,33, ..., 548

**الحل:**

القائمة ليست بسيطة لكن يمكن تحويلها إلى قائمة بسيطة بالخطوات التالية

|          |                    |             |
|----------|--------------------|-------------|
| $-3$     | 23,28,33, ..., 548 |             |
| $\div 5$ | 20,25,30, ..., 545 |             |
| $-3$     | 4,5,6, ..., 109    |             |
|          | 1,2,3, ..., 106    | قائمة بسيطة |

إذاً عدد الأعداد يساوي 106

ويمكن تحويل بعض القوائم لقائمة بسيطة بإجراء عملية على جميع الأعداد فيها، وذلك لأن العمليات على جميع الأعداد تنتج قائمة لها نفس العدد من الأعداد.  
وسنرى في التدريبات القادمة تدريبات توضح ذلك.



## تدريبات:

(1) كم عدد الأعداد في القائمة:

1,2,3, ...,1440 ؟

(2) كم عدد الأعداد في القائمة:

8,9, ...,2019 ؟

(3) كم عدد الأعداد في القائمة:

5,9,13, ...,505 ؟

(4) كم عدد الأعداد الزوجية الموجبة الأقل من 2025 ؟

(5) كم عدد الأعداد في القائمة التالية:

$\frac{3}{7}, 1, \frac{11}{7}, \dots, 289$

(6) كم عدد الأعداد بين 2023,63 ومن مضاعفات العدد 3 ؟

(7) كم عدد صحيح موجب أقل من 600 بحيث يكون مربعاً كاملاً؟

(8) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة الأقل من 1447 والتي من مضاعفات العدد 3 ومن مضاعفات العدد 5 ؟

(9) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة الأقل من 2025 والتي من مضاعفات العدد 7 وليست من مضاعفات

العدد 5 ؟

(10) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة الأقل من 500 والتي من مضاعفات العدد 7 وليست أعداد زوجية؟



### 3- مبدئي العد الأساسي:

لنبدأ بهذا المثال البسيط جداً.  
**مثال:**

ذهب محمد وعلي إلى محل بيع الملابس الرياضية الذي يبيع أربعة أنواع مختلفة من الأحذية وسبعة أنواع مختلفة من القفازات الرياضية. لدى محمد من المال ما يكفي لشراء حذاء واحد وقفاز واحد ولدى علي من المال يكفي لشراء حذاء فقط أو قفاز فقط. السؤال:  
(a) بكم طريقة مختلفة يمكن لمحمد شراء حذاء وقفاز؟  
(b) بكم طريقة مختلفة يمكن لعللي شراء حذاء أو قفاز؟

**الحل:**

$$4 \times 7 = 28 \text{ (a)}$$

$$4 + 7 = 11 \text{ (b)}$$

كثير من مسائل العد يستخدم فيها أحد هذين المبدئين ولذلك تم تسميتهما مبدئي العد الأساسي. هيا لنتعرف عليهما ونرى الطرق الإبداعية لتطبيقهما في مسائل العد.

### 3-1 مبدأ الضرب:

إذا كانت الحادثة A تحدث بـ m طريقة مختلفة والحادثة B تحدث بـ n طريقة مختلفة، وكان الحدثان مستقلين، فإن الحدثين يمكن أن يتما معاً بـ  $m \cdot n$  طريقة.

**أمثلة:**

(1) بكم طريقة نستطيع ترتيب 5 كتب مختلفة على رف؟

**الحل:**

| المكان الأول | المكان الثاني | المكان الثالث | المكان الرابع | المكان الخامس |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 5 طرق        | 4 طرق         | 3 طرق         | 2 طرق         | 1 طريقة       |

عند اختيار كتاب لوضعه في المكان الأول في بداية الرف سيكون لدينا 5 طرق لأننا نملك 5 كتب مختلفة، وبعدما نختار كتاباً منهم ونضعه في المكان الأول، سيكون لدينا 4 طرق لاختيار الكتاب الذي سنضعه في المكان الثاني، لأن عدد الكتب نقص بعد وضع واحد منهم في المكان الأول، وبنفس الطريقة سنحسب عدد الطرق لكل مكان من الأماكن الخمسة ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد طرق الترتيب، فيكون عدد الطرق  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  طريقة.



(2) بكم طريقة يمكن أن نختار 4 بطاقات مختلفة في اللون ومختلفة في القيمة (العدد المكتوب عليها)، إذا كان لدينا 52 بطاقة مقسمة إلى 4 ألوان، وبطاقات كل لون مرقمة بالأعداد من 1 إلى 13 ؟

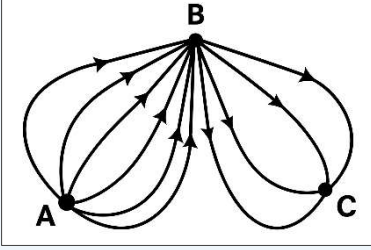
**الحل:**

المطلوب أن نسحب بطاقة من كل لون تحمل عدد مختلف عن بطاقات الألوان الأخرى

| اللون الأول | اللون الثاني | اللون الثالث | اللون الرابع |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| 13          | 12           | 11           | 10           |

لدينا 13 طريقة لاختيار بطاقة من اللون الأول، وعند اختيار بطاقة من اللون الثاني يجب أن نستبعد البطاقة التي تحمل نفس العدد الموجود على البطاقة الأولى وبالتالي سيقبل عدد الطرق فيصبح 12 طريقة وبنفس الطريقة يكون لدينا 11 طريقة لاختيار بطاقة اللون الثالث و10 طرق لاختيار بطاقة اللون الرابع، ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد الطرق، فيكون عدد الطرق =  $13 \times 12 \times 11 \times 10$  وهذا يساوي 17160 طريقة.

## تدريبات 1-3:



(1) توجد ثلاث قرى  $A, B, C$  في دولة، يمكن الانتقال من القرية  $A$  إلى القرية  $B$  بـ 6 طرق، والانتقال من القرية  $B$  إلى القرية  $C$  بأربع طرق للذهاب، كما في الشكل.

بكم طريقة مختلفة يمكن الانتقال من  $A$  إلى  $C$  ؟

(2) كم عدد الأعداد الطبيعية المكونة من ثلاث خانات؟

(3) بكم طريقة يمكن ترتيب 5 طلاب في صف بحيث يتم اختيارهم من 8 طلاب؟

(4) بكم طريقة يمكن الدخول لمجمع من باب والخروج من باب آخر إذا علمت أن المجمع له عشرة أبواب؟

(5) نريد أن نرتب 4 بنات و 5 أمهات في صف بشرط أن تبقى البنات بجانب بعضهن البعض، بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟



### 2-3 مبدأ الجمع:

إذا كانت الحادثة  $A$  تحدث بـ  $m$  طريقة مختلفة والحادثة  $B$  تحدث بـ  $n$  طريقة مختلفة، وكان الحدثان متنافيين، فإن حدوث الحادثة  $A$  أو  $B$  سيكون بـ  $m + n$  طريقة مختلفة.

نستخدم هذا المبدأ في حال كان حل السؤال يتطلب تقسيم المسألة لعدة حالات متنافية كما في المثال التالي:

#### مثال:

(1) إذا كان لدينا 5 كتب مختلفة. بكم طريقة نستطيع أن نرتب بعض (أو كل) الكتب على رف؟ حيث من الممكن أن تحتوي المجموعة المرتبة من الكتب على الرف (كتاب واحد فقط) أو أكثر.

#### الحل:

لدينا خمس حالات:

**الحالة الأولى:** الحزمة مكونة من كتاب واحد، فيكون عدد الطرق = 5 طرق

**الحالة الثانية:** الحزمة مكونة من كتابين، فيكون عدد الطرق =  $5 \times 4 = 20$  طريقة

**الحالة الثالثة:** الحزمة مكونة من ثلاثة كتب، فيكون عدد الطرق =  $5 \times 4 \times 3 = 60$  طريقة

**الحالة الرابعة:** الحزمة مكونة من أربعة كتب، فيكون عدد الطرق =  $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$  طريقة

**الحالة الخامسة:** الحزمة مكونة من خمسة كتب، فيكون عدد الطرق =  $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  طريقة

باستخدام مبدأ الجمع بين الحالات، يكون عدد الطرق =  $5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$  يساوي طريقة



## تدريبات 2-3:

(1) بكم طريقة يمكننا اختيار قلم أو دفتر من مجموعة تحوي 10 دفاتر مختلفة و 7 أقلام مختلفة.

(2) تملك سلمى 5 أنواع مختلفة من كاسات الشاي و 3 أنواع مختلفة من أطباق التقديم و 4 أنواع مختلفة من ملاعق الشاي. بكم طريقة مختلفة يمكنها أن تختار قطعتين من نوعين مختلفين من الأواني؟

(3) يوجد في صف أول ابتدائي 12 بنت تبدأ أسماء ثلاث منهن بحرف الألف. بكم طريقة يمكن ترتيب 4 بنات منهن في صف بشرط أن واحدة فقط من البنات يبدأ اسمها بحرف الألف؟

(4) تحوي مدرسة المواهب ثلاثة فصول، يتكون الفصل الأول من 20 طالب ويتكون الفصل الثاني من 13 طالب ويتكون الفصل الثالث من 8 طلاب. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار الطالبين من فصلين مختلفين ليقوما معاً بإنجاز مهمة؟

(5) يمكن الانتقال من المدينة  $A$  إلى المدينة  $B$  باستخدام أحد طريقين بريين أو باستخدام أحد ثلاثة طرق جوية ويمكن الانتقال من المدينة  $B$  إلى المدينة  $C$  بأحد أربع طرق برية أو أحد خمس طرق جوية.

(a) كم عدد طرق السفر من المدينة  $A$  إلى المدينة  $C$  مروراً بالمدينة  $B$  ؟

(b) كم عدد طرق السفر من المدينة  $A$  إلى المدينة  $C$  مروراً بالمدينة  $B$  بشرط أن تستخدم طريقين جويين؟

(c) كم عدد طرق السفر من المدينة  $A$  إلى المدينة  $C$  مروراً بالمدينة  $B$  بشرط أن تستخدم طريقين بريين؟

(d) كم عدد طرق السفر من المدينة  $A$  إلى المدينة  $C$  مروراً بالمدينة  $B$  بشرط أن تستخدم طريق بري واحد وطريق جوي واحد؟



## الحلول





## حلول (الجبر)

الأعداد الصحيحة وخواصها:

تدريبات:

(1)

- a) 5
- b) - 6
- c) 32
- d) - 64
- e) 25
- f) 0
- g) 32
- h) - 3
- i) 2
- j) 38
- k) 6
- m) - 4

(2)

- a)  $a^7$
- b)  $x^4$
- c)  $a^{12}$
- d)  $x^{26}$
- e)  $a^2$
- f) 1

(3)

- a) 32



أسئلة التحدي:

(1)

$$-1 - (-1)^1 - (-1)^2 - (-1)^3 - \dots - (-1)^{99} - (-1)^{100} \\ = -1$$

(2)

$$1234 \times 9999 \\ 12338766$$

(3)

$$5\{(2a - 3) - [7(4a - 1) - 20]\} - (3 - 8a) \\ = -122a + 117$$

(4)

$$24$$

(5)

أصغر عدد على الحجر السادس، وهو العدد 2.

(6)

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 100 + 101 \\ = 51$$



## مجموعة الأعداد النسبية :Q

### تدريبات:

(1)

- a)  $\frac{17}{30}$   
b)  $\frac{1}{6}$   
c)  $\frac{-1}{6}$   
d)  $\frac{-1}{10}$   
e)  $\frac{1}{60}$   
f)  $\frac{1}{90}$   
g)  $\frac{10}{-3}$   
h)  $\frac{5}{-1}$   
i)  $\frac{-1}{32}$

(2)

- a)  $0.\bar{2} = \frac{2}{9}$   
b)  $0.\bar{37} = \frac{37}{99}$   
c)  $1.8\bar{23} = \frac{361}{198}$

(3)

نعم، الادعاء صحيح

(4)

زعم صالح صحيح

(5)

الترتيب التصاعدي (من اليسار لليمين):

$$-\frac{1}{3}, -0.3, -0.23$$



## أسئلة التحدي:

(1)

كسran فقط.

(2)

حصل خالد على 16

(3)

من مشواره.  $\frac{4}{5}$

(4)

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

$$= \frac{9}{10}$$

(5)

$$\frac{1}{80}$$

(6)

|   |  |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |
|---|--|---|--|--|--|--|--|---|---|---|---|---|---|
| A |  | 7 |  |  |  |  |  | e | d | c | 7 | b | 4 |
|---|--|---|--|--|--|--|--|---|---|---|---|---|---|

$$.A = 9$$

(7)

عمر ليلى وقتها 59 عامًا.

(8)

الجدول الصحيح هو:

| أهداف<br>عليه | أهدافه | خسر | تعادل | فاز | لعب | الفريق |
|---------------|--------|-----|-------|-----|-----|--------|
| 3             | 5      | 0   | 1     | 1   | 2   | A      |
| 3             | 1      | 1   | 0     | 0   | 1   | B      |
| 2             | 2      | 0   | 1     | 0   | 1   | C      |



## المعادلات الخطية في متغير واحد

### تدريبات:

(1)

a)  $x = 1$   
d)  $x = 18$   
g)  $x = 8$

b)  $x = 11$   
e)  $x = 10$

c)  $x = 7$   
f)  $x = 5$

(2)

$x = 1$

(3)

$x = 3$

(4) مسائل تؤول لمعادلات خطية:

(a)  $x = 800$

.

(b) العدد الأكبر 14.

(c) العدد الأصغر 28.

(d)  $x = 40000$  ريالاً.



## أسئلة التحدي:

(1)

طول القطار 60 متراً.

(2)

النسبة المطلوبة هي  $30:25 = 6:5$ .

(3)

عمر ليلى 33 عاماً.

(4)

عدد البرتقال في السلة يساوي 24.

(5)

العدد السابع يساوي 11.

(6)

سعر الكرات الفعلي أقل من 10000.

(7)

لا يمكن.

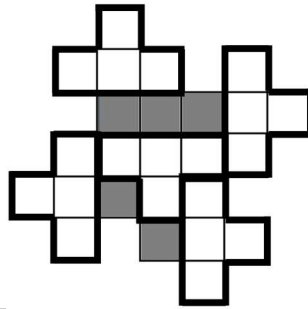
(8)

الحل وحيد كالتالي:

$$\begin{array}{r} 983 \\ + 75 \\ \hline 1062 \end{array}$$

(9)

أحد الحلول الممكنة:



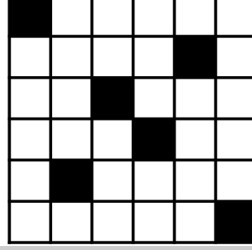
(10)

16 لترًا.



(11)

حتى لا يكون هناك شريط أبيض من النوع  $1 \times 6$  يجب ألا يخلو أي صف أو أي عمود من مربع أسود. وبوضع في الحسبان ألا يوجد رباعي أبيض من النوع  $3 \times 3$  بعد التلوين، نجد أحد الحلول كالتالي:



(12)

إذَّ الحلول الممكنة هي:  $JMO = 150$  مع  $IMO = 450$  و  $JMO = 250$  مع  $IMO = 750$ .



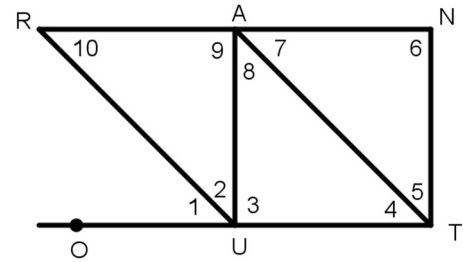
حلول (الهندسة)

النقاط، المستقيمات، والزوايا:

تدريبات:

(1)

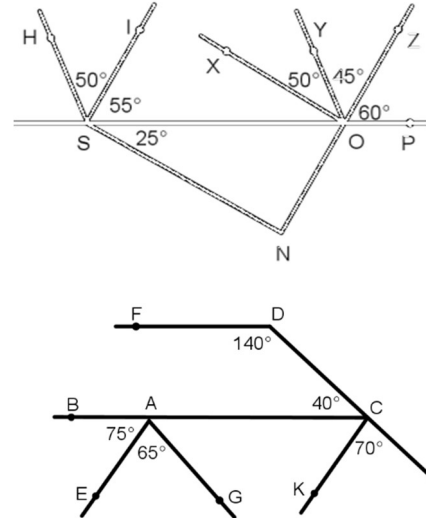
- a)  $\angle 1 \cong \angle 4 \Rightarrow RU \parallel AT$  .  
 b)  $m\angle 2 \cong m\angle 10 \Rightarrow$  لا يوجد توازي بالضرورة .  
 c)  $m\angle 5 \cong m\angle 7 \Rightarrow$  لا يوجد توازي بالضرورة .  
 d)  $\angle 5 \cong \angle 8 \Rightarrow AU \parallel NT$  .  
 e)  $m\angle 6 = m\angle 9 = 90^\circ \Rightarrow AU \parallel NT$  .  
 f)  $m\angle 6 = m\angle 3 = 90^\circ \Rightarrow$  لا يوجد توازي بالضرورة .  
 g)  $m\angle 7 = m\angle 10 = m\angle 1. \Rightarrow RU \parallel AT, RA \parallel OU$



(2)

$HS \parallel YO$   
 $NS \parallel XO$

$FD \parallel AC$   
 $\Rightarrow DC \parallel AG$



(3)

$\angle d = 60^\circ$



(4)

$$x = 60^\circ$$

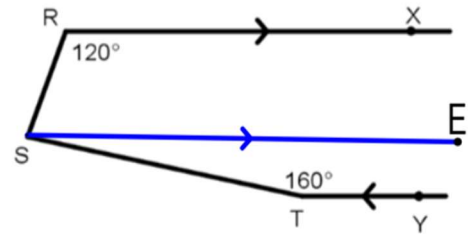
(5)

$$x = 60^\circ$$

$$y = 61^\circ$$

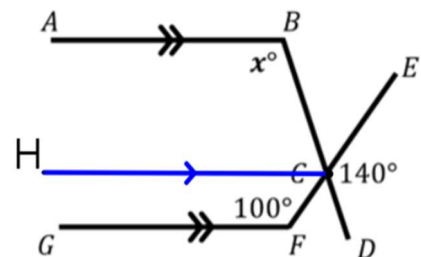
(6)

$$\angle TSR = 80^\circ$$



(7)

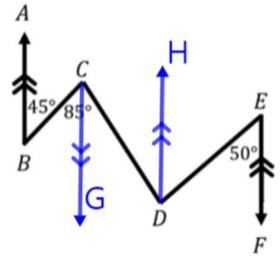
$$x = 120^\circ$$





(8)

$$\angle CDE = 90^\circ$$



(9)

$$\angle DEG = 50^\circ$$

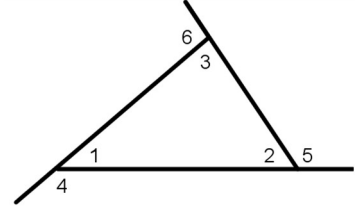


## المثلثات:

## تدريبات:

(1)

- a)  $m\angle 6 = 100^\circ$
- b)  $m\angle 5 = 115^\circ$
- c)  $m\angle 4 = 115^\circ$
- d)  $m\angle 3 = 75^\circ$
- e)  $m\angle 3 = 80^\circ$
- b)  $m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$



(2)

$$\Rightarrow x = 70^\circ$$

(3)

$$x = 45^\circ$$

(4)

$$x = 100^\circ$$



(5)

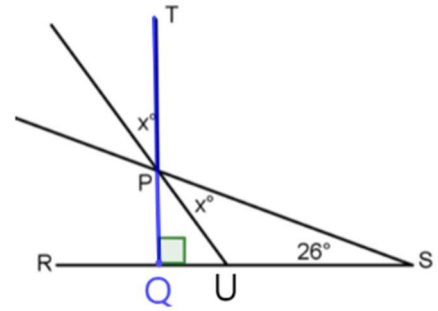
$$x = 100^\circ$$

(6)

$$\angle QTP = 100^\circ$$

(7)

$$x = 32^\circ$$



(8)

$$\angle QUV = 125^\circ$$

(9)

$$\angle BDC = 90^\circ$$

(10)

$$\angle A = 60^\circ$$

(11)

$$x = 110^\circ$$



الرباعيات:

تدريبات:

(1)

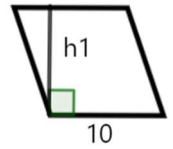
$$\angle HFR = 110^\circ$$

(2)

$$x = 135^\circ$$

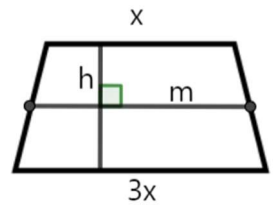
(3)

$$\frac{2}{3}$$



(4)

$$3x = 15$$



(5)

تابع الشرح في الفيديوهات بالموقع للتأكد من الحل



## تطابق المثلثات:

تدريب (1):

تابع الشرح في الفيديوهات بالموقع للتأكد من الحل

## تدريبات:

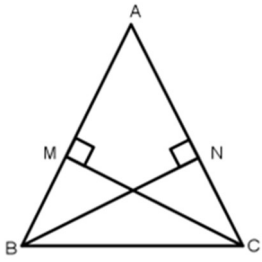
(1-15)

| رقم التدريب | المثلث المطابق | مسلمة التطابق |
|-------------|----------------|---------------|
| 9           | $AGC$          | $A.S.A$       |
| 10          | $CDA$          | $A.S.A$       |
| 11          | $PST$          | $A.S.A$       |
| 12          | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 13          | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 14          | $CDA$          | $S.A.S$       |
| 15          | $MNC$          | $A.S.A$       |

| رقم التدريب | المثلث المطابق | مسلمة التطابق |
|-------------|----------------|---------------|
| 1           | $NPY$          | $A.S.A$       |
| 2           | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 3           | $CKA$          | $S.S.S$       |
| 4           | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 5           | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 6           | لا يوجد        | لا يوجد       |
| 7           | $PQC$          | $S.A.S$       |
| 8           | لا يوجد        | لا يوجد       |

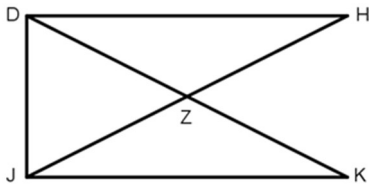
(16)

تابع الشرح في الفيديوهات بالموقع للتأكد من الحل



(17)

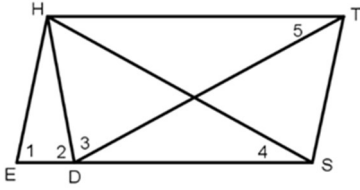
تابع الشرح في الفيديوهات بالموقع للتأكد من الحل





(18)

تابع الشرح في الفيديوهاات بالموقع للتأكد من الحل

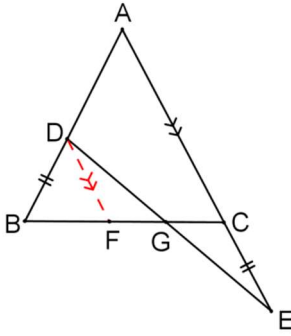


(19)

تابع الشرح في الفيديوهاات بالموقع للتأكد من الحل

(20)

تابع الشرح في الفيديوهاات بالموقع للتأكد من الحل





## حلول (نظرية الأعداد)

### تدريبات:

(1)

الإجابة الصحيحة هي 19.

(2)

الإجابة الصحيحة هي 0.1

(3)

الإجابة الصحيحة هي 2468642.

(4)

الإجابة الصحيحة هي 12.

(5)

الإجابة الصحيحة هي 2.5.

(6)

الإجابة الصحيحة هي  $2 \cdot 10^{2029}$ .

(7)

إذا الإجابة الصحيحة هي:

$$\frac{23}{12} (E)$$

(8)

الإجابة الصحيحة هي 12.

(9)

الإجابة الصحيحة هي 724.

(10)

الإجابة الصحيحة هي 2.

(11)

الإجابة الصحيحة هي

$$\frac{1}{2}$$



(12)

الإجابة الصحيحة هي 14.

(13)

الإجابة الصحيحة هي 17.

14)

الإجابة الصحيحة هي  $26\text{ cm}$ .

(15)

الإجابة الصحيحة هي 41.

16)

الإجابة الصحيحة هي  $1448^{18}$ .

(17)

الإجابة الصحيحة هي 3025.

(18)

الإجابة الصحيحة هي 7 أو 8.



## حلول (تركيبات)

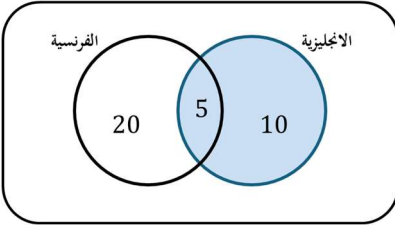
### العد باستخدام أشكال فن:

#### تدريبات:

(1)

الذين اختاروا تعلم الفرنسية فقط =

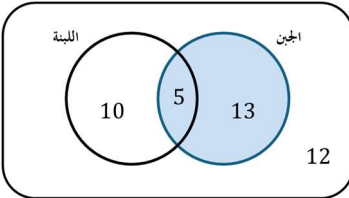
20



(2)

الذين يفضلون النوعين معاً =

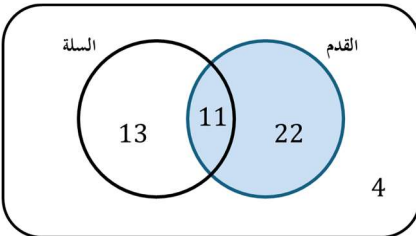
5



(3)

الذين لا يفضلون أيّاً من اللعبتين =

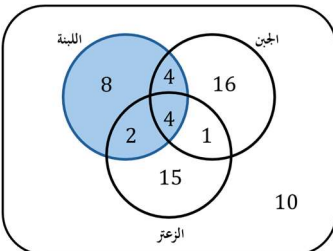
4



(4)

الذين يفضلون اللبنة =

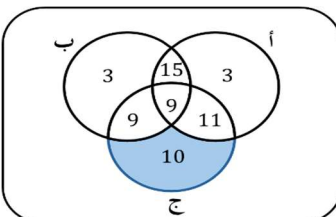
18



(5)

الذين أحبوا المنتج (ج) فقط =

10





## عد قائمة من الأعداد:

### تدريبات:

|                                 |      |
|---------------------------------|------|
|                                 | (1)  |
| قائمة بسيطة عدد عناصرها هو 1440 |      |
|                                 | (2)  |
| 2012                            | (3)  |
|                                 |      |
| 126                             | (4)  |
|                                 |      |
| 1012                            | (5)  |
| 506                             | (6)  |
| 653                             | (7)  |
| 24                              |      |
|                                 | (8)  |
| 96                              | (9)  |
| 232                             | (10) |
| 36                              |      |



## مبدأي العد الأساسي:

### تدريبات 1-3:

|       |     |
|-------|-----|
|       | (1) |
| 24    |     |
|       | (2) |
| 900   |     |
|       | (3) |
| 6720  |     |
|       | (4) |
| 90    |     |
|       | (5) |
| 17280 |     |

### تدريبات 2-3:

|      |     |
|------|-----|
|      | (1) |
| 17   |     |
|      | (2) |
| 47   |     |
|      | (3) |
| 6048 |     |
|      | (4) |
| 524  |     |
|      | (5) |

a) 45

b) 15

c) 28

d) 22