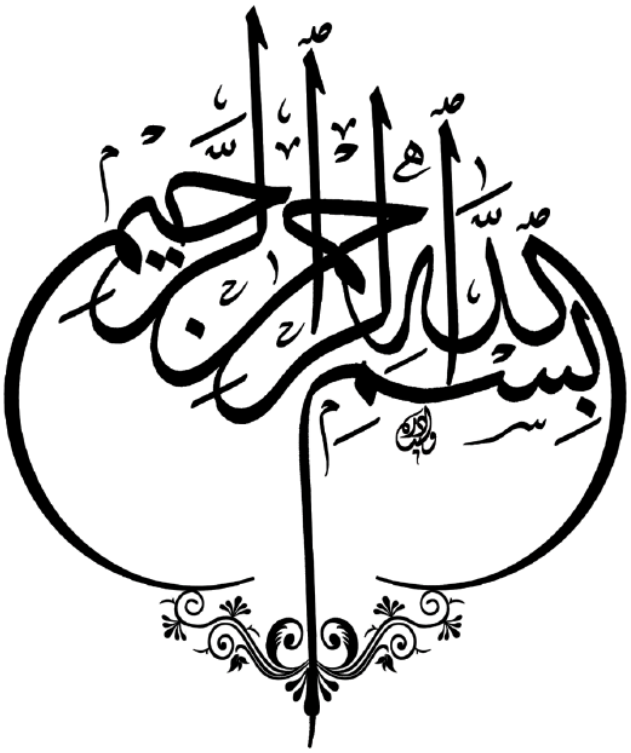
أولمبياد الموهبة الوطني
NATIONAL GIFTED OLYMPIAD

حقيبة المرحلة الثانية

المسار العلمي " نسمو "

رياضيات ناشئين

الفريق العلمي للرياضيات



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الفهرس

الموضوع	الصفحة
مقدمة	4
الوحدة الأولى: الجبـــــــــــر	5
المعادلات الخطية في متغير واحد	6
المعادلات الخطية في عدة متغيرات	11
النسبة المئوية	19
الوحدة الثانية: الهندســـة	21
تطابق المثلثات	24
الوحدة الثالثة: نظرية الأعداد	30
الأعداد الصحيحة الزوجية والفردية	31
قابلية القسمة	36
الوحدة الرابعة: التركيبـــــات	38
مبدأي العد الأساسيين	39
عدد الأعداد والأشرطة	44
عدد الكلمات	47
الإجابات	49

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

مقدمة

أبناءنا وبناتنا المتميزين،

يسرّنا أن نهنئكم على اجتياز المرحلة الأولى وتأهلكم إلى **المرحلة الثانية**، وهي خطوة متقدمة في طريق التحدي والابتكار الرياضي.

تُعنى هذه الحقيبة بتوسيع مداركم في الفروع الأربعة الرئيسة: **التركيبات، والهندسة، والجبر، ونظرية الأعداد**، مع التركيز على المفاهيم المتقدمة في العدّ، والمراجعة الهندسية، والمعادلات الخطية، والأعداد الزوجية والفردية وقابلية القسمة.

تهدف هذه المرحلة إلى صقل مهاراتكم في التفكير التحليلي وربط المفاهيم الرياضية ببعضها، مع تطبيقها في مواقف متنوعة.

وتُعد هذه الحقيبة فرصة لتعميق فهمكم للأنماط الرياضية واستخدام المنطق في التبرير وحل المسائل بأساليب منظمة.

نثق بقدراتكم ونتطلع لرؤيتكم تتألقون في هذه المرحلة المهمة من رحلتكم نحو التميز.

الفريق العلمي لأولمبياد الموهبة الوطني – المسار العلمي (نسمو) – مسار الرياضيات

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الوحدة الأولى: الجبـــــــــــــر



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

المعادلات الخطية في متغير واحد

لحل معادلة خطية في متغير واحد، نتبع الخطوات التالية بشكل مرتب:

التخلص من المقامات (إن وجدت)

إذا كانت هناك كسور في المعادلة، نضرب كل حد في **المضاعف المشترك الأصغر** (LCM) للمقامات للتخلص منها.

فك الأقواس

نستخدم قانون التوزيع لتبسيط الأقواس، مثل:

$$2\left(x+3\right)=2x+6$$

نقل الحدود

ننقل جميع الحدود التي تشمل المجهول في طرف وباقي الحدود في الطرف الآخر تبعاً للقاعدة:

لنقل حدود في معادلة من طرف لطرف آخر نعكس إشارتها والحدود غير المنقولة تظل إشارتها كما هي.

تجميع الحدود المتشابهة

بعد النقل، نبسط الحدود حتى تصبح المعادلة على الشكل:

$ax=b$ حيث a و b ثوابت.

القسمة على معامل المتغير

نقسم الطرفين على a (معامل المتغير) للحصول على الحل:

$$ax=b\Rightarrow x=\frac{b}{a}$$

مع ملاحظة أن:

عندما $a\neq 0$ يكون لدينا حل وحيد:

$$x=\frac{b}{a}$$

عندما $a=0$، $b\neq 0$ فلا يوجد حل.

عندما $a=0$، $b=0$ فإن أي عدد حقيقي هو حل للمعادلة.

للتحقق من الحل

نعوض قيمة المتغير الناتجة في المعادلة الأصلية: إذا تحققت المساواة فالحل صحيح، وإذا لم تتحقق فهناك خطأ في خطواتنا.

ملاحظة: أحياناً لا نلتزم حرفياً بالترتيب السابق عندما نجد طريقًا أقصر إلى الحل.

مثال:

حل المعادلات:

$(a)\ x+3=4$ $(b)\ x-2=9$ $(c)\ 7x=49$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الحل:

$(a)\ x = 1$ $(b)\ x = 11$ $(c)\ x = 7$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) حل المعادلات:

$(a)\ \frac{x}{3} = 6$

$(b)\ 2x - 1 = 19$

$(c)\ 4x - 4 = x + 11$

$(d)\ 9(x-1) = 7(x+1)$

(2) حل المعادلة:

$$\frac{1}{7}(5x + 2) = 1$$

(3) حل المعادلة:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{7}(5x - 1)\right] + 5 = 6$$

(4) مسائل تؤول لمعادلات خطية:

(a) إذا كان 7% من عدد يساوي 56، فما هو العدد؟

(b) إذا كان مجموع 4 أعداد طبيعية متتالية هو 50، فما العدد الأكبر؟

(c) عددان طبيعيان النسبة بينهما $2 : 3$، والفرق بينهما 14. ما العدد الأصغر؟

(d) اشترى أحمد جهاز حاسوب مخفَّضًا بنسبة 35% عن ثمنه الأصلي حيث دفع 1300 ريال. كم ريالًا كان الثمن الأصلي للجهاز؟

(e) اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع 46000 ريال، وكانت نسبة ربحه 15%. فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة؟

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

أسئلة التحدي (1):

(1) تم رصد قطار يسير بسرعة ثابتة لحظة دخوله نفقًا طوله 120 مترًا حتى خرج من النفق بأكمله، وكان زمن الرصد دقيقة واحدة. إذا علمت أن نفس القطار وبنفس السرعة الثابتة يستغرق 20 ثانية ليعبر إشارة ضوئية بكامل طوله، فكم يبلغ طول القطار؟

(2) لدينا إناء نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء فيه كنسبة 1 إلى 4. عندما يستبدل سعد 2 من الكرات البيضاء بـ 7 من الكرات الحمراء تصبح نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء كنسبة 2 إلى 3. ما نسبة إجمالي عدد الكرات الآن إلى العدد الإجمالي في البداية؟

(3) أنجبت ليلى طفلها الأول في عيد ميلادها العشرين، وطفلها الثاني بعد سنتين بالضبط، وطفلها الثالث بالضبط بعد عامين. كم يكون عمر ليلى عندما يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة عمرها؟

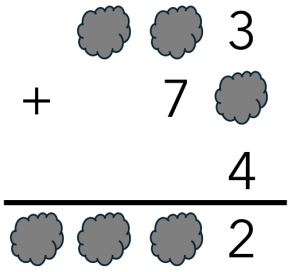
(4) تحتوي سلة فواكه على تفاح وبرتقال. نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 3 إلى 8. قمنا بسحب تفاحة واحدة من السلة. أصبحت نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 1 إلى 3. كم عدد البرتقال في السلة؟

(5) المتوسط الحسابي لستة أعداد هو 4. عندما أدخلنا عددًا سابعًا أصبح المتوسط الجديد 5. أوجد العدد السابع.

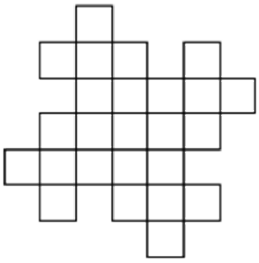
(6) كان المدرب يشتري 17 كرة لناديه الرياضي ثمن الواحدة 481 ريالًا. قال البائع: "عليك أن تدفع 10177 ريالًا ثمنًا للكرات." كيف يمكن أن يخمّن أنه تعرّض للغش دون إجراء حسابات صعبة؟

(7) تم ضرب مجموع عددين صحيحين في حاصل ضربهما. هل يمكن أن تكون النتيجة 20042401؟ (إذا كان ذلك ممكنًا فأعطِ مثالًا، وإذا لم يكن كذلك، ففسّر سبب ذلك).

(8) كتبت سعاد تمرينًا على الجمع تختلف فيه جميع الأرقام. وبعد فرحها بإنجازه قام أخوها الصغير بسكب بقع من الحبر على دفترها. هل تستطيع مساعدة الفتاة على إعادة كتابة حل تمرينها؟

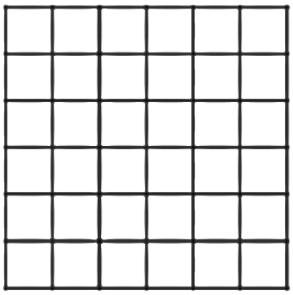


ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa



(9) لون خمسة مربعات في الشكل المجاور بحيث يمكن تقسيم الجزء المتبقي إلى خمسة أجزاء متطابقة (يكفي تقديم مثال واحد للإجابة).

(10) اشترى مزارع ثلاث بقرات. الآن، في كل يوم يحصل على:
من البقرة الأولى: لترين من الحليب.
من البقرة الثانية: نصف كمية الحليب التي يحصل عليها من البقرة الثالثة **بالإضافة إلى** نفس الكمية التي يحصل عليها من البقرة الأولى.
من البقرة الثالثة: نصف إجمالي كمية الحليب التي يحصل عليها من الأبقار الثلاث.
فكم لترًا من الحليب يحصل عليه المزارع السعيد يوميًّا من البقرات الثلاث؟



(11) قم بتلوين ستة مربعات من الجدول التالي باللون الأسود بحيث يكون من المستحيل قطع أي شريط أبيض من النوع 1×6 أو مربع أبيض من النوع 3×3 بعد التلوين.

$$\begin{array}{r} J\ M\ O \\ J\ M\ O \\ +\ J\ M\ O \\ \hline I\ M\ O \end{array}$$

(12) في الشكل المقابل عملية جمع لثلاثة أعداد. يشير كل حرف إلى أحد الأرقام من 0 إلى 9 ويرمز لنفس الرقم في كل مرة يظهر فيها. الأحرف المختلفة ترمز لأرقام مختلفة. لا يوجد عدد رقم خانته اليسرى 0. أوجد جميع القيم الممكنة لناتج الجمع.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

المعادلات الخطية في عدة متغيرات

يتكوّن نظام المعادلات الخطية من معادلتين منفصلتين تشتركان في المتغيرين المجهولين نفسيهما (وهما عادةً x و y).

والهدف هو إيجاد الزوج الوحيد من الأعداد (x, y) الذي يجعل كلتا المعادلتين صحيحتين في الوقت نفسه تمامًا. ويمكنك أيضًا أن تنظر إلى المعادلتين على أنهما مستقيمان في المستوى الإحداثي، فيكون هدفنا إيجاد إحداثيات نقطة تقاطعهما.

خوارزمية الحذف

إن أكثر الطرق موثوقيةً ووضوحًا لحل هذه الأنظمة هي **طريقة الحذف**، والفكرة هي إجراء عمليات على المعادلتين بحيث يختفي أحد المتغيرين تمامًا عند جمعهما معًا.

مثال:

المعادلة 1: $2x + 3y = 12$

المعادلة 2: $3x - y = 7$

الخطوة 1: رتّب المتغيرات.

تأكّد من أن المعادلتين مكتوبتان بالصيغة نفسها؛ بحيث تقع حدود x في عمود واحد، تليها حدود y، ثم إشارتا المساواة، ثم الأعداد الثابتة. (المعادلتان في مثالنا مرتبتان ترتيبًا صحيحًا بالفعل).

الخطوة 2: اجعل المعاملين متساويين في القيمة ومتعاكسين في الإشارة.

انظر إلى معاملَي المتغير y: في المعادلة 1 المعامل هو 3 بإشارة موجبة، وفي المعادلة 2 المعامل هو 1 بإشارة سالبة. فإذا ضربنا جميع حدود المعادلة 2 في 3، فإن حدَّي y سيلغي كلٌّ منهما الآخر تمامًا عند جمع المعادلتين.

اضرب كل حد من حدود المعادلة 2 في 3:

$3 \times (3x - y = 7)$ تصبح $9x - 3y = 21$

الخطوة 3: اجمع المعادلتين رأسيًا.

اكتب المعادلة 1 وتحتها المعادلة 2 بعد تعديلها، ثم اجمعهما رأسيًا:

$$2x + 3y = 12$$
$$9x - 3y = 21$$

ناتج الجمع هو:

$$11x + 0 = 33$$

وبذلك يكون المتغير y قد حُذف تمامًا.

الخطوة 4: أوجد قيمة المتغير المتبقي.

تتبقى لديك معادلة بسيطة في متغير واحد:

$$11x = 33$$

اقسم الطرفين على 11 لعزل x:

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

$$x = 3$$

الخطوة 5: عوّض لإيجاد قيمة المتغير الثاني.

خذ القيمة التي توصلت إليها ($x = 3$) وعوّض بها في أيٍّ من المعادلتين الأصليتين لإيجاد قيمة y. ولنستخدم المعادلة 1:

$$2(3) + 3y = 12$$
$$6 + 3y = 12$$

اطرح 6 من الطرفين:

$$3y = 6$$

اقسم على 3:

$$y = 2$$

الحل النهائي للنظام هو $x = 3$، $y = 2$.

تحديد عدد الحلول

بدلًا من حفظ صيغ كسرية مجردة لتحديد عدد حلول النظام، يمكنك ببساطة أن تحكم على الأعداد بالتفكير المنطقي.

1. حل وحيد (مستقيمان متقاطعان)

هذه هي الحالة المعتادة؛ فنسب معاملات المتغيرات في المعادلتين مختلفة، ولذلك يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط عند تمثيلهما بيانيًا.

مثال: المسألة التي حللناها أعلاه، والتي أعطت حلًا واحدًا فقط: $x = 3$، $y = 2$.

2. لا يوجد حل (مستقيمان متوازيان)

تحدث هذه الحالة عندما تكون معاملات المتغيرين في المعادلتين متناسبة تمامًا بينما يختلف الحدان الثابتان؛ فيكون المستقيمان متوازيين ولا يتقاطعان أبدًا.

مثال:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

من المستحيل رياضيًا أن يكون مجموع عددين 5 و 10 في آنٍ واحد؛ لذلك ليس لهذا النظام أي حل.

3. عدد لا نهائي من الحلول (مستقيمان منطبقان)

تحدث هذه الحالة عندما تكون المعادلة الثانية مجرد ناتج ضرب المعادلة الأولى في عدد (أي صورة مضاعفة منها). ولأن المعادلتين تمثلان المستقيم نفسه تمامًا عند تمثيلهما بيانيًا، فإن كل نقطة على هذا المستقيم تمثل حلًا صحيحًا.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

مثال:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$$

إذا قسمت المعادلة الثانية كلها على 2 فإنها تصبح مطابقة للمعادلة الأولى، وأي زوج من الأعداد مجموعهما 5 يحقق المعادلتين كلتيهما.

مثال:

كم عدد حلول كل نظام من الأنظمة الآتية؟

$$(a) \quad \begin{cases} 5x+2y=4 \\ 2.5x+y=2 \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{cases} 4x+3y=3 \\ 8x+6y=7 \end{cases}$$

الحل:

(a) عدد لا نهائي من الحلول: يمكن الحصول على المعادلة الثانية بقسمة المعادلة الأولى على 2، إذن فهما تمثلان المستقيم نفسه.

(b) لا يوجد حل: بضرب المعادلة الأولى في 2 نحصل على

$$8x+6y=6$$

وهذا لا يمكن أن يتحقق مع المعادلة الثانية (مستقيمان متوازيان).

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) كم عدد حلول النظام الآتي؟

$$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x + 10y = 6 \end{cases}$$

(2) حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية:

(a) $\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 7 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x + 4y = 8 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 2 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ x + 4y = 21 \end{cases}$

(3) عددان مجموعهما 42 والفرق بينهما 8، فما العددان؟

(4) في وقتٍ ما، لاحظت ريما أن ساعتها الرقمية تشير إلى a دقيقة بعد الساعة الثانية، وبعد خمس عشرة دقيقة أشارت إلى b دقيقة بعد الساعة الثالثة. ولاحظت مستمتعةً أن a يساوي ستة أمثال b. فكم كانت الساعة عندما نظرت إلى ساعتها للمرة الثانية؟

(5) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} \dfrac{x - y}{5} - \dfrac{x + y}{4} = \dfrac{1}{2} \\ 2(x - y) - 3(x + y) + 1 = 0 \end{cases}$$

(6) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} 5.4x + 4.6y = 104 \\ 4.6x + 5.4y = 96 \end{cases}$$

(7) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} x + 2(5x + y) = 16 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$$

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

(8) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{5} \\ x + 3y + 6z = 15 \end{cases}$$

(9) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ y + 2z = 8 \\ z + 2u = 11 \\ u + 2x = 6 \end{cases}$$

(10) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} 5x - y + 3z = a \\ 5y - z + 3x = b \\ 5z - x + 3y = c \end{cases}$$

(11) إذا علمت أن $x = 2$، $y = 1$ هو حل النظام

$$\begin{cases} ax + by = 7 \\ bx + cy = 5 \end{cases}$$

فما العلاقة بين a, c؟

(12) أوجد قيمة (a, b, c) إذا كان للنظامين الآتيين الحل نفسه:

$$\begin{cases} ax - by + z = 8 \\ x + y + 5 = c \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y - z = 0 \\ 4ax + 5by - z = -22 \end{cases}$$

(13) حدّد قيم k التي تجعل نظام المعادلات

$$\begin{cases} kx - y = -\dfrac{1}{3} \\ 3y = 1 - 6x \end{cases}$$

(a) له حل وحيد. (b) ليس له حل. (c) له عدد لا نهائي من الحلول.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(14) إذا كانت $x,\ y,\ z$ تحقق نظام المعادلات

$$\begin{cases} 2020(x-y)+2021(y-z)+2022(z-x)=0 \\ 2020^2(x-y)+2021^2(y-z)+2022^2(z-x)=2021 \end{cases}$$

فأوجد قيمة $z-y$.

(15) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} x-y-z=5 \\ y-z-x=1 \\ z-x-y=-15 \end{cases}$$

(16) حُلّ نظام المعادلات الآتي:

$$\begin{cases} x-y+z=1 \\ y-z+u=2 \\ z-u+v=3 \\ u-v+x=4 \\ v-x+y=5 \end{cases}$$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

أسئلة التحدي (2):

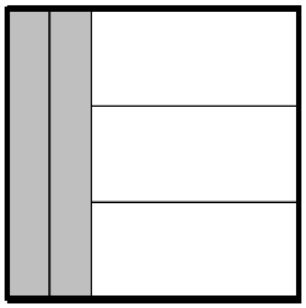
(1) حل نظام المعادلتين:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 6 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 14 \end{cases}$$

(2) حل نظام المعادلات:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ y + z = 4 \\ z + x = 6 \end{cases}$$

(3) أعطِ مثالاً لكسرين الفرق بينهما يساوي حاصل ضربهما.



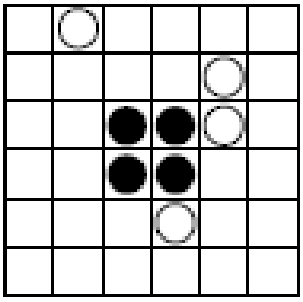
(4) الشكل المقابل عبارة عن مربع مكوّن من خمسة مستطيلات لها نفس المحيط. ما النسبة بين مساحة أحد المستطيلات المظللة إلى مساحة أحد المستطيلات غير المظللة؟

(5) نريد تقسيم مبلغ من المال بالتساوي بين مجموعة من الأطفال. إذا حصل كل طفل على 60 هللة فسيتبقى 2.10 ريال، بينما إذا كان هناك 20 هللة أكثر من هذا المبلغ فسيكون هناك ما يكفي لكي يحصل كل طفل على 70 هللة. كم عدد الأطفال في المجموعة؟

(6) العدد 3600 يمكن كتابته على الصورة $2^a \times 3^b \times 4^c \times 5^d$، حيث a, b, c, d أعداد صحيحة موجبة.
إذا علمت أن $a + b + c + d = 7$، فما قيمة c؟

(7) لدينا العدد $123451234512345123451234512345$. إذا كان بإمكانك إزالة عشر خانات، ما أكبر عدد يمكنك الحصول عليه؟

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

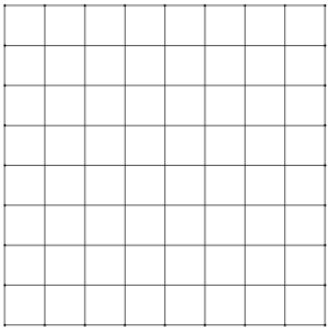


(8) قم بقطع الشكل المرفق إلى أربعة أجزاء متطابقة (في الشكل والمساحة) بحيث يحتوي كل جزء على دائرة سوداء واحدة ودائرة بيضاء واحدة.

(9) لدى أخي أربعة أطفال. تبلغ أعمارهم 5 و 8 و 13 و 15 سنة. أسماؤهم (بدون ترتيب) هي محمد ورجاء ونجاح ونور. إحدى البنات في رياض الأطفال، ورجاء أكبر من محمد، ومجموع عمري رجاء ونور يقبل القسمة على ثلاثة.
هل نور ولد أم بنت؟

(10) هناك مئة شخص يعيشون على جزيرة. إذا علمت أن بعضهم كاذبون والباقون يقولون الصدق دائمًا، وأن كل ساكن للجزيرة لديه فصل مفضل من السنة. سئل كل ساكن أربعة أسئلة: • هل تحب الشتاء؟ • هل تحب الربيع؟ • هل تحب الصيف؟ • هل تحب الخريف؟
كانت هناك 25 إجابة إيجابية (أي بنعم) على السؤال الأول، وكذلك 25 إجابة على السؤال الثاني، و 45 إجابة على السؤال الثالث، و 55 إجابة على السؤال الرابع.
كم عدد الكذابين في الجزيرة؟

(11) لدينا الجدول التالي من النوع 8×8 مقسم إلى 64 مربعًا صغيرًا.
هل يمكنك تلوين 17 مربعًا صغيرًا باللون الأسود بحيث لا يشترك أي مربعين منها في ضلع أو حتى رأس؟



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

النسبة المئوية

هي ببساطة نسبة الجزء إلى الكل حيث إن الكل يساوي 100.
مثلاً 54% تعني 54 من أصل 100 وتكتب $\frac{54}{100}$
وتعطى بالعلاقة:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{100}$$

حيث a تمثل x% من b.

فمثلاً لتحويل 3 من أصل 16 إلى نسبة مئوية نستخدم: $\frac{3}{16} = \frac{x}{100}$
وبضرب الطرفين في الوسطين، وبالتبسيط نحصل على: $x = 18\frac{3}{4}$
ونقول إن 3 تمثل 18.75% من 16.

إذا زاد العدد x بمقدار k% فإن مقدار العدد بعد الزيادة يُعطى بالعلاقة:

$$x \cdot \left(1 + \frac{k}{100}\right)$$

إذا نقص العدد x بمقدار k% فإن مقدار العدد بعد النقصان يُعطى بالعلاقة:

$$x \cdot \left(1 - \frac{k}{100}\right)$$

مثال:

عندما ينقص عدد بنسبة 40%، يكون الناتج 36. ما هو العدد الأصلي؟

الحل:

لنفرض أن العدد هو x. لدينا:

$$x\left(1 - \frac{40}{100}\right) = 36$$

$$\Rightarrow \frac{6}{10}x = 36$$

$$\Rightarrow x = 60$$

إذن، العدد الأصلي هو 60.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) إذا كانت x, y, z أعدادًا غير صفرية تحقق:

$$\frac{7}{x+y} = \frac{k}{x+z} = \frac{11}{z-y}$$

فأوجد قيمة k.

(2) أوجد قيم $a, b, c \in \mathbb{N}$ التي تحقق:

$$\frac{a+1}{3} = \frac{b+2}{2} = \frac{8}{c+3}$$

(3) إذا كانت 120% من عدد ما هي 36، فما هو هذا العدد؟

(4) ما هي نسبة التخفيض لسلعة إذا تحول سعرها من 2890 ريالًا إلى 2023 ريالًا؟

(5) أحضرت نورا 60 قطعة من البسكويت إلى المدرسة، فأعطت معلماتها 40% منها و 25% من المتبقي لصديقاتها، وأكلت ثلث ما تبقى. فكم قطعة بسكويت بقيت معها؟

(6) إذا كانت النسبة بين قياس زوايا الخماسي الداخلية هي $6 : 5 : 4 : 3 : 2$، فما قياس الزاوية الكبرى؟

(7) إذا كان b أكبر من a بمقدار 5% وَ b أقل من c بمقدار 15%، فما نسبة a إلى c؟

(8) مستطيل تمت زيادة طوله بمقدار 50% وزيادة عرضه بمقدار 20%. ما هي نسبة الزيادة في مساحته؟

(9) في كل يوم 20% من السمك يباع في سوق السمك. فإذا بقيت 2000 سمكة في السوق عند نهاية يوم الثلاثاء، فكم كان عدد السمك عند بداية يوم الاثنين؟

(10) إذا كان t يساوي 25% من u، فما نسبة $4t$ إلى $2u$؟

(11) إذا كان $xy : zx : yz = 1 : 2 : 3$، وكان

$$\frac{x}{yz} : \frac{y}{zx} = 1 : k$$

فأوجد قيمة k.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

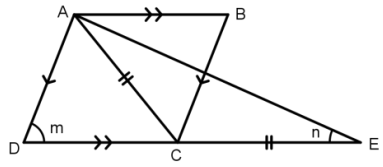
الوحدة الثانية: الهندســـــة



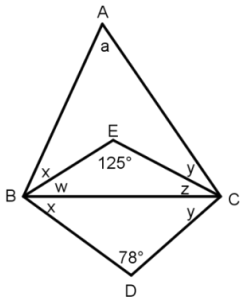
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكــة العربيــة السعوديــة هاتــف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات مراجعة:

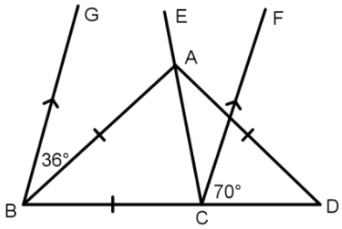
(1) على الشكل المجاور $ABCD$ معين، ACE مثلث متطابق الضلعين فيه $AC = CE$ و D, E, C تقع على استقامة واحدة.
إذا كانت $\angle ADC = m$، $\angle AEC = n$، كوّن معادلة تحوي m, n



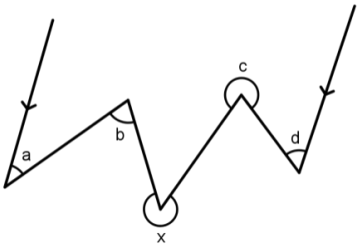
(2) على الشكل المجاور: $ABDC$ شكل رباعي. النقطة E تقع داخله بحيث
$\angle ABE = \angle DBC = x$، $\angle ACE = \angle DCB = y$
إذا كانت $\angle BEC = 125°$، $\angle BDC = 78°$
أوجد $\angle A$



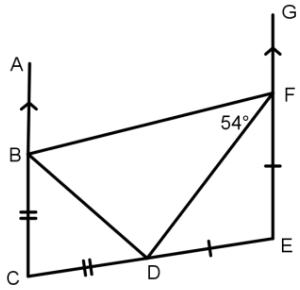
(3) على الشكل المجاور: إذا كان $AB = BC = AD$
باستخدام المعطيات الموضحة أوجد قياس $\angle EAD$.



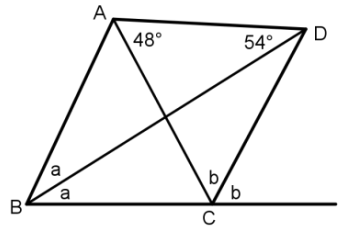
(4) على الشكل المجاور: عبر عن قيمة x بدلالة a, b, c, d



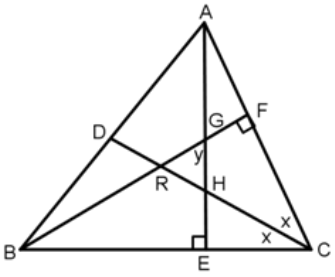
(5) على الشكل المجاور $BC = CD$، $DE = EF$، $AC \parallel GE$.
إذا كانت $\angle BFD = 54°$، فأوجد قياس $\angle DBF$.



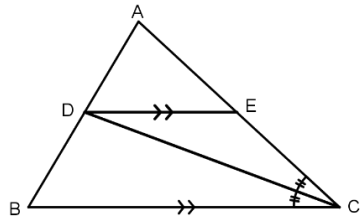
@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025



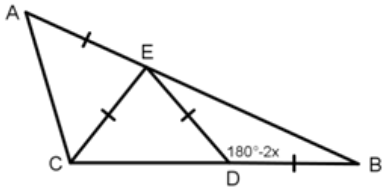
(6) على الشكل المجاور: مستخدما المعطيات الموضحة
(a) عبر عن الزاويتين $\angle BAC, \angle BDC$ بدلالة a, b.
(b) إذا كانت $a = \frac{2}{3}b$ فأوجد a, b.



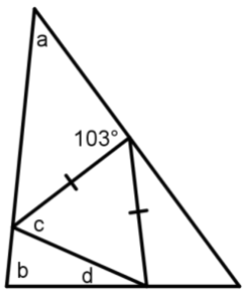
(7) على الشكل المجاور وباستخدام المعطيات الموضحة كون معادلة تحوي
x, y



(8) على الشكل المجاور: CD ينصف $\angle ACB$،
$DE \parallel BC$ ،$\angle B = 70°$ ،$\angle ACB = 40°$
أوجد قياس كل من $\angle EDC, \angle BDC$.



(9) على الشكل $\triangle ABC$ فيه E, D تقعان على AB , BC على الترتيب،
بحيث $AE = EC = DE = DB$
إذا كانت $\angle EDB = 180° - 2x$، فأوجد قياس $\angle ACE$ بدلالة x



(10) على الشكل المجاور:
إذا كان $a = \frac{2}{3}c = \frac{1}{2}b = 3d$ فأوجد a, b, c, d.

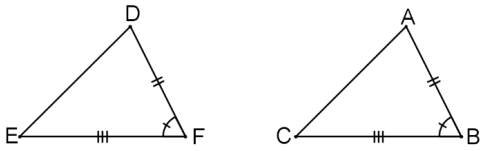
@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

تطابق المثلثات

لو رسمنا مثلثين أطوال أضلاع الأول منهما على سبيل المثال $4, 5, 7$ ثم رسمنا المثلث الثاني بنفس الأطوال على ورقة شفافة، لو وضعنا الورقة الشفافة التي تحوي المثلث الثاني على الورقة التي تحوي المثلث الأول سنلاحظ انطباق المثلثين وسنلاحظ أيضا أن الزوايا المتناظرة تتساوى في قياسها، هذا ما نطلق عليه تطابق المثلثين وما ذكرناه هنا هو حالة من حالات التطابق، ولعلنا الآن نبدأ في الحديث بالتفصيل عن حالات التطابق.

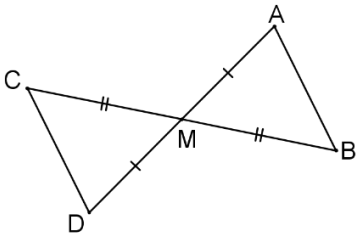
حالات تطابق المثلثين:

الحالة الأولى:
يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر، وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SAS).



في المثلثين: $\triangle ABC, \triangle DFE$، إذا كان: $AB = DF$، $BC = FE$، $\angle B \cong \angle F$
فإن (SAS) $\triangle ABC \cong \triangle DFE$
وينتج أن: $AC = DE$، $\angle A \cong \angle D$، $\angle C \cong \angle E$

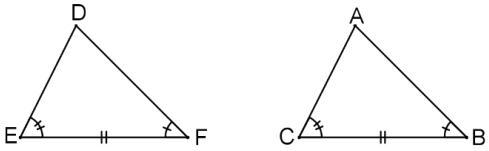
تدريب (1):



على الشكل المجاور، M منتصف القطعة AD وكذلك منتصف القطعة BC
أثبت أن: أولاً: $AB = CD$
ثانياً: $AB \parallel CD$.

الحالة الثانية:
يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (ASA).

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa



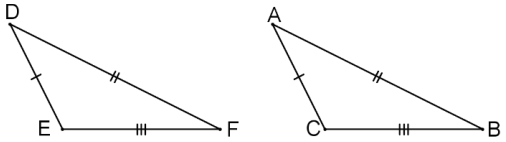
في المثلثين ABC, DFE، إذا كان: $CB = EF$، $\angle C \cong \angle E$، $\angle B \cong \angle F$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (ASA)

وينتج أن: $AB = DF$، $AC = DE$، $\angle A \cong \angle D$

الحالة الثالثة:

يتطابق مثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SSS).



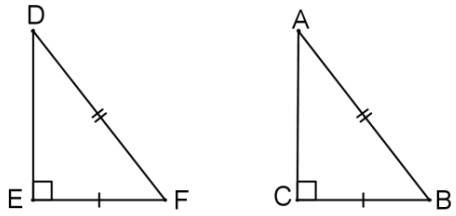
في المثلثين: ABC, DFE، إذا كان: $AB = DF$، $AC = DE$، $BC = EF$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (SSS)

وينتج أن: $\angle A \cong \angle D$، $\angle C \cong \angle E$، $\angle B \cong \angle F$

الحالة الرابعة:

يتطابق المثلثان قائما الزاوية إذا تطابق ضلع ووتر في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (HS).



في المثلثين: ABC, DFE، إذا كان:

$$AB = DF \ , \quad CB = EF \ , \quad m(\angle C) = m(\angle E) = 90^\circ$$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (HS)

وينتج أن: $AC = DE$، $\angle A \cong \angle D$، $\angle B \cong \angle F$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

ملاحظات:
الضلعان المتطابقان في المثلث متطابق الضلعين يسمّيان الساقين، والضلع الثالث يسمى القاعدة. أما الزاويتان على القاعدة فتسمّيان زاويتي القاعدة وتسمى الزاوية المقابلة للقاعدة بزاوية الرأس للمثلث متطابق الساقين.

نظرية المثلث متطابق الساقين:
زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الساقين متطابقتان. وكذلك إذا تطابقت زاويتان في أي مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يتطابقان.

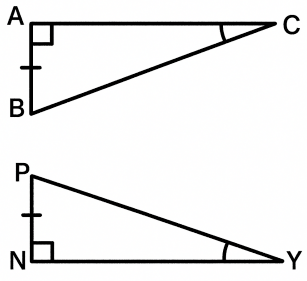
نتائج:
المثلث متطابق الأضلاع هو أيضا مثلث متطابق الزوايا.
قياس كل زاوية من زوايا المثلث متطابق الأضلاع يساوي 60°.
منصف زاوية الرأس في المثلث متطابق الساقين عمودي على القاعدة ويقطعها في المنتصف.
المثلث متطابق الزوايا هو أيضا مثلث متطابق الأضلاع.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

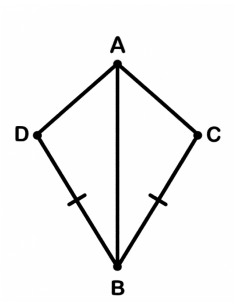
تدريبات:

على الأشكال التالية أوجد المثلث الذي يطابق $\triangle ABC$ (إذا وجد) وحدد المسلمة التي استخدمتها

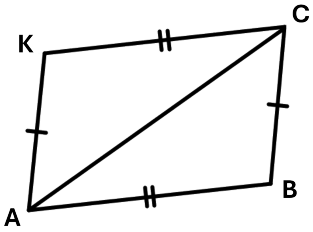
(1)



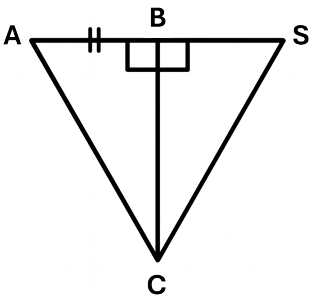
(2)



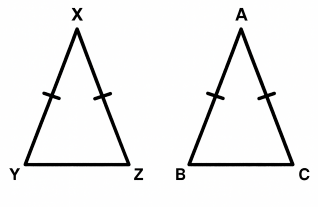
(3)



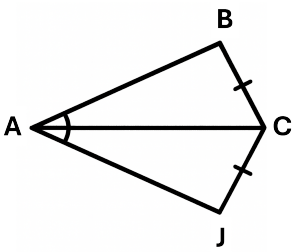
(4)



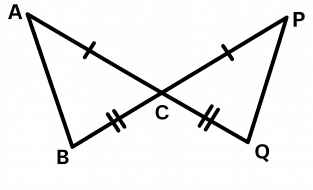
(5)



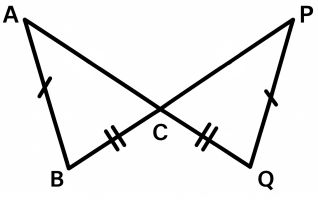
(6)



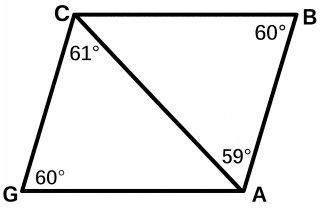
(7)



(8)

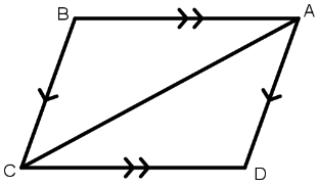


(9)

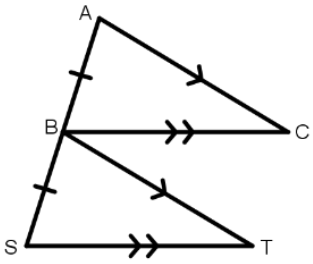


ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

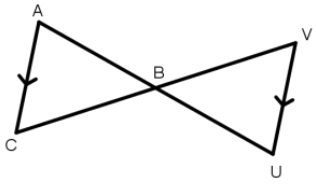
(10)



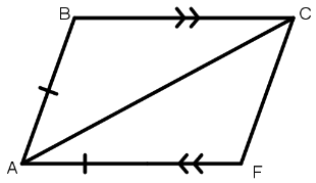
(11)



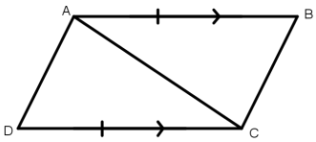
(12)



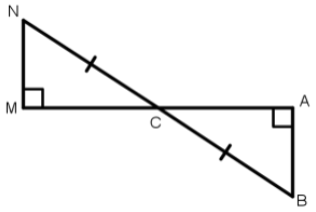
(13)



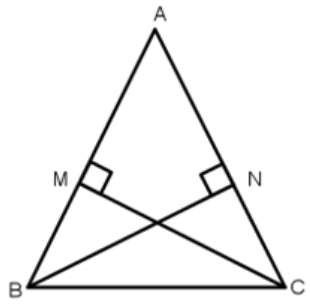
(14)



(15)



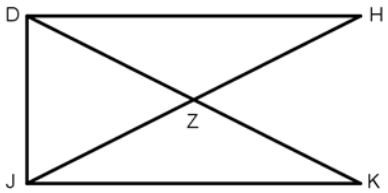
(16) على الشكل المجاور:
إذا كان: $AB = AC$ ،$CM \perp AB$ ،$BN \perp AC$
وضح كيف تستطيع أن تثبت أن:
$\triangle ABN \cong \triangle ACM$.



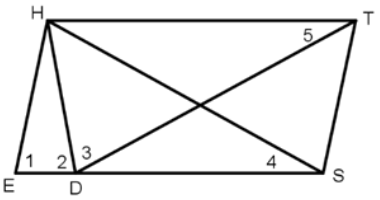
(17) على الشكل المجاور: إذا كان:

$$JH = DK, DH \perp DJ, JK \perp DJ$$

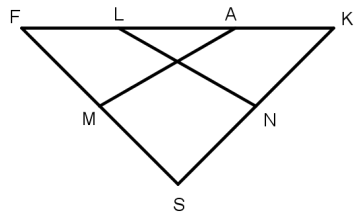
أثبت أن: $\angle H = \angle K$.



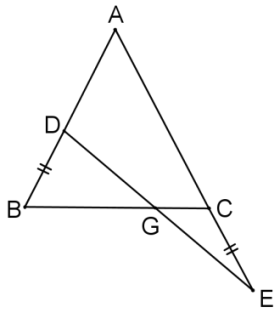
(18) على الشكل المجاور:
إذا كان $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$، $ES = DT$
أثبت أن $\angle 4 = \angle 5$



@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025



(19) على الشكل المجاور إذا كان: $FL = AK$، $SF = SK$
M منتصف SF
N منتصف SK
أثبت أن $AM = LN$



(20) على الشكل $\triangle ABC$ فيه $AB = AC$،
وتقع النقطة D على AB، والنقطة E تقع على امتداد AC بحيث $BD = CE$،
فإذا كان DE يقطع BC في G، فأثبت أن: $DG = GE$.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الوحدة الثالثة: نظرية الأعداد



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الأعداد الصحيحة الزوجية والفردية

يمكن تقسيم الأعداد الصحيحة لنوعين من الأعداد، أعداد تقبل القسمة على 2 وتسمى أعدادًا زوجية، أما بقية الأعداد التي لا تقبل القسمة على 2 فتسمى أعدادًا فردية. يمكن كتابة العدد الصحيح الزوجي على صورة $2n$ حيث n عدد صحيح، كما يمكن كتابة العدد الصحيح الفردي على صورة $2n+1$ حيث n عدد صحيح. العدد الصحيح إما أن يكون زوجياً أو فردياً ولا يمكن أن يكون كلاهما.

بعض الخواص الأخرى:

(1) فردي $\neq$ زوجي.
(2) فردي + زوجي = زوجي + فردي = فردي، فردي − زوجي = زوجي − فردي = فردي.
(3) زوجي ± زوجي = زوجي، فردي ± فردي = زوجي.
(4) إذا كان ناتج ضرب عددين صحيحين زوجيًا فإن أحدهما على الأقل زوجي.
(5) ناتج ضرب عددين صحيحين متتاليين يجب أن يكون زوجيًا.
(6) إذا كان مجموع (أو فرق) أعداد صحيحة فرديًا، فإن عدد الأعداد الفردية في تلك الأعداد فردي.
(7) إذا كان مجموع (أو فرق) أعداد صحيحة زوجيًا، فإن عدد الأعداد الفردية في تلك الأعداد زوجي.
(8) إذا كان ناتج ضرب أعداد صحيحة فرديًا، فإن جميع تلك الأعداد يجب أن تكون فردية.
(9) إذا كان ناتج ضرب أعداد صحيحة زوجيًا، فإن عددًا واحدًا على الأقل من تلك الأعداد يجب أن يكون زوجيًا.

مثال 1:

حدد أي الأعداد التالية زوجي وأيها فردي: $102,\ 203,\ 519,\ 3340,\ 70015,\ 87654$ وأوجد نمطاً للأعداد الفردية والزوجية.

الحل:

العدد 102 عدد زوجي لأنه يمكن كتابته على صورة العدد الزوجي $102 = 2(51)$.

203 فردي لأنه يمكن كتابته على صورة العدد الفردي $203 = 2(101) + 1$.

$519 = 2(259) + 1$ إذًا هو عدد فردي.

$3340 = 2(1670)$ إذًا هو عدد زوجي.

أكمل الفراغات الآتية بنفسك:

$70015 = 2(35007) + 1$ إذًا هو عدد .....

$87654 = 2(43827)$ إذًا هو عدد ..... .

إذا كانت خانة الآحاد للعدد هي $1, 3, 5, 7, 9$ فإنه عدد ..... .

إذا كانت خانة الآحاد للعدد هي $0, 2, 4, 6, 8$ فإنه عدد ..... .

مثال 2:

إذا جمعنا عددين زوجيين، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الحل:

(a) بما أن العددين زوجيان، فإن خانة الآحاد لكليهما هي $0, 2, 4, 6, 8$ إذًا عند جمع هذين العددين، فإن خانة الآحاد للمجموع أيضًا ستكون أحد الأعداد $0, 2, 4, 6, 8$.

بالمثل هل تستطيع أن تحدد ما يلي:

إذا جمعنا عددين فرديين، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

إذا جمعنا عددًا فرديًا وعددًا زوجيًا، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

مثال 3:

إذا اخترنا ثلاثة أعداد صحيحة عشوائياً a, b, c، فإن الأعداد التالية:

$$\frac{a+b}{2}, \quad \frac{b+c}{2}, \quad \frac{c+a}{2}$$

(a) كلها ليست صحيحة. (b) أحدها على الأقل صحيح.

(c) اثنان منها على الأقل صحيحان. (d) كلها صحيحة.

الحل:

(b) أحدها على الأقل صحيح. وذلك لأن هناك حالتين: الأولى: الأعداد a, b, c كلها من نفس النوع (كلها زوجية، أو كلها فردية)، وفي تلك الحالة مجموع أي اثنين منهم سيكون زوجيًا وبالتالي الأعداد الثلاثة $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ ستكون كلها صحيحة. الثانية: الأعداد a, b, c ليست كلها من نفس النوع، وبالتالي يوجد اثنان منها من نوع والثالث من نوع آخر (عددان فرديان والثالث زوجي، أو العكس)، وبهذا يكون مجموع العددين من نفس النوع زوجيًا، ومجموع العدد الثالث مع أي منهما فرديًا، وبالتالي الأعداد الثلاثة التالية $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ سيكون أحدها فقط صحيحًا.

مثال 4:

إذا علمت أن مجموع 100 عدد صحيح موجب هو 10000 وأن عدد الأعداد الفردية فيها أكثر من عدد الأعداد الزوجية، أوجد أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية.

الحل:

بفرض أن عدد الأعداد الزوجية هو x، عدد الأعداد الفردية y حيث $x < y$ وبإضافة x للطرفين نحصل على $2x < x + y$ ومنها $2x < 100$ ومنها $x < 50$. إذا جعلنا أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية هو 49 وقطعاً سيكون مجموعها زوجيًا، فيكون عدد الأعداد الفردية 51 ويكون مجموعها فرديًا، فيصبح مجموع الـ 100 عدد عددًا فرديًا وهذا يناقض أن يكون 10000. عندما يكون عدد الأعداد الزوجية 48 سيكون عدد الأعداد الفردية 52، ويكفينا أن نثبت تحققه كالتالي:

$$\underbrace{1+1+\cdots+1}_{52 \text{ مرة}} + \underbrace{2+2+\cdots+2}_{47 \text{ مرة}} + 9854 = 10000$$

(أو أي طريقة أخرى). وبالتالي أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية هو 48.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

مثال 5:

لدينا n عدداً: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ كل منها إما 1 أو -1. فإذا كان:

$$x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0$$

ماذا يمكن أن يقال عن n؟ (a) زوجي. (b) فردي. (c) مضاعف للعدد 4. (d) لا يمكن التحديد.

الحل:

يحتوي المجموع:

$$x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n + x_nx_1$$

على n من الحدود كل منها إما 1 أو -1. وبهذا يجب أن يكون n عدداً زوجياً. أي $n = 2k$ حيث k عدد صحيح موجب. من الواضح أن k من الأعداد $x_1x_2, x_2x_3, \ldots, x_{n-1}x_n, x_nx_1$ قيمة كل منها 1، وأن k منها قيمة كل منها -1. ومن ناحية أخرى لدينا $(x_1x_2)(x_2x_3)\cdots(x_nx_1) = x_1^2x_2^2\cdots x_n^2 = 1$. إذن $(-1)^k(1)^k = 1$ وبهذا يكون k عدداً زوجياً. ومن ثم $n = 2k = 4m$ حيث m عدد صحيح موجب، إذن الإجابة (c): n مضاعف للعدد 4. لاحظ أن العكس صحيح أيضاً. أي لكل عدد صحيح n حيث $n = 4m$ يوجد أعداد صحيحة $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ تحقق $x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0$.

على سبيل المثال ضع:

$x_1 = x_4 = x_5 = x_8 = \cdots = x_{4m-3} = x_{4m} = 1$،

$x_2 = x_3 = x_6 = x_7 = \cdots = x_{4m-2} = x_{4m-1} = -1$.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) أوجد نوع العدد الصحيح $\frac{1221450987543567886333454214938}{2}$ بدون إيجاد قيمة العدد نفسه مع التوضيح.

(2) لدينا 50 كتابًا نريد أن نضعها في 5 صناديق، هل يمكننا أن نفعل ذلك بحيث يكون في كل صندوق عدد فردي من الكتب؟ وضح إجابتك!

(3) إذا علمت أن a, b عددان صحيحان متتاليان، $c = ab$ و$N^2 = a^2 + b^2 + c^2$. حدد نوع العدد N من حيث كونه زوجياً أو فردياً مع التوضيح.

(4) تحدي: في هذا النمط من الأعداد $1, 2, 5, 13, 34, 89, \ldots$، إذا أخذت أي ثلاثة حدود متتالية وجمعت الأول والثالث تجد الناتج ثلاثة أمثال الثاني
(مثلاً لو أخذنا $1, 2, 5$ نجد $1 + 5 = 3(2)$، ولو أخذنا $2, 5, 13$ نجد $2 + 13 = 3(5)$ وهكذا). السؤال ما نوع العدد الذي ترتيبه 2003 (من حيث كونه زوجياً أم فردياً)؟

(5) معطى ثلاثة أعداد صحيحة x, y, z اثنان منها فرديان والثالث زوجي. أثبت أن العدد

$$(x + 1)(y + 2)(z + 3)$$

يجب أن يكون زوجياً.

(6) (a) لدينا العبارة:
$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 = 0$.
هل من الممكن استبدال النجوم بعلامات $+, -$ لتصبح العبارة صحيحة؟
(b) نفس السؤال للعبارة
$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 0$.

(7) في مسابقة للشطرنج كل لاعب سيلعب 20 مباراة. المباراة التي سيكسبها اللاعب يسجل له 3 نقاط، والمباراة التي يتعادل فيها يسجل له نقطة واحدة، والمباراة التي يخسرها تخصم منه نقطة. السؤال هل من الممكن أن يحصل لاعب على 39 نقطة؟ مع التعليل.

(8) (a) يوجد 10 سلات موضوعة على دائرة. هل من الممكن وضع برتقالات في كل سلة بحيث يكون الفرق بين عدد البرتقال في كل سلتين متجاورتين هو 1؟
(b) ماذا إذا كان هناك 9 سلات؟ برر إجابتك في كل حالة.

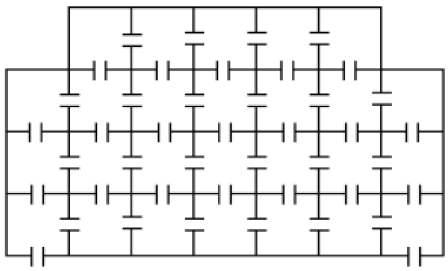
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(9) دودة تتحرك على خط مستقيم يمكنها أن تقفز في كل قفزة 6 أو 8 سنتيمترات في أحد الاتجاهين (يمين أو يسار). هل يمكنها الوصول إلى نقطة تبعد عن موضعها الأصلي:

(a) 1.5 سم (b) 7 سم (c) 4 سم

(10) تحدي: هل يمكنك ترتيب الأعداد العشرة $1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5$ في صف بحيث يوجد عدد واحد بين العددين $1, 1$، عددان بين العددين $2, 2$، ثلاثة أعداد بين العددين $3, 3$، أربعة أعداد بين العددين $4, 4$، وخمسة أعداد بين $5, 5$؟ وضح إجابتك.

(11) تحدي: هل يمكنك زيارة الغرف الـ 26 في الشكل المجاور بحيث تزور كل غرفة مرة واحدة فقط دون أن تكرر المرور على إحدى الغرف؟ وضح إجابتك.



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

قابلية القسمة

نقول إن العدد a يقسم العدد b إذا وفقط إذا كان من الممكن كتابة b على الصورة $a \times k$، حيث إن k عدد صحيح.
نكتب ذلك رياضيًا بالشكل $a \mid b$، ونقرأها: "a يقسم b" أو "b قابل للقسمة على a".

على سبيل المثال:

$2 \mid 10$ لأن $10 = 2 \times 5$

$3 \mid -27$ لأن $-27 = 3 \times (-9)$

$6 \mid 0$ لأن $0 = 6 \times 0$

$6 \nmid 10$ لأنه لا يوجد أي عدد صحيح k يحقق $6k = 10$.

خصائص القابلية للقسمة:

$a \mid b$ إذا وفقط إذا كان $b = ak$ لعددٍ صحيحٍ ما k.
إذا كان $a \mid b$ و $a \mid c$، فإن: $a \mid (b + c)$.
إذا كان $a \mid b$ و $a \mid c$، فإن: $a \mid (b - c)$.
إذا كان $a \mid b$ و $a \mid c$، فإن: $a \mid (mb + nc)$ لأي عددين صحيحين (m, n).
إذا كان $a \mid b$ و $b \mid c$، فإن: $a \mid c$.
إذا كان $a \mid b$، فإن: $a \mid bc$ لأي عدد صحيح (c).
إذا كان $a \mid b$ و $c \mid d$، فإن: $ac \mid bd$.

مثال 1:

أوجد جميع القيم الصحيحة الموجبة لـ n التي تحقق:

$n - 1 \mid 3n + 1$

الحل:

$n = 2, 3, 5$

لاحظ أن:

$n - 1 \mid 3(n - 1) = 3n - 3$ وباستخدام خاصية الطرح نحصل على:

$n - 1 \mid (3n + 1) - (3n - 3) = 4$ وقواسم العدد 4 الموجبة هي:

$1, 2, 4$ وبما أن n عدد موجب، فإن: $n - 1 = 1$ أو 2 أو 4

ومن ثم: $n = 2$ أو 3 أو 5

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) أثبت خصائص القابلية للقسمة باستخدام التعريف.

(2) افترض أن: $(a+3) \mid 11$ و $(b-4) \mid 11$، فما باقي قسمة $b-a$ على 11؟

(3) نعلم أن: $n \mid 100$ و $n \mid 36$، فما جميع القيم الموجبة الممكنة لـ n؟

(4) افترض أن: $n \mid 2a+3b$ و $n \mid 5a+7b$ أثبت أن: $n \mid a$
وكذلك: $n \mid b$

(5) إذا كان: $a \mid b$ و $a+b=100$ فأوجد جميع القيم الموجبة الممكنة لـ a و b.

(6) أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة n التي تجعل: $(n^2+5n+11)/(n+2)$ عددًا صحيحًا.

(7) أثبت أن: $6 \mid n^3-n$ لكل عدد صحيح موجب n.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

الوحدة الرابعة: التركيبـــــات



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

مبدأي العد الأساسيين

لنبدأ بهذا المثال البسيط جدا.

مثال:

ذهب محمد وعلي إلى محل بيع الملابس الرياضية الذي يبيع أربعة أنواع مختلفة من الأحذية وسبعة أنواع مختلفة من القفازات الرياضية. لدى محمد من المال ما يكفي لشراء حذاء واحد وقفاز واحد ولدى علي من المال ما يكفي لشراء حذاء فقط أو قفاز فقط. السؤال:
(a) بكم طريقة مختلفة يمكن لمحمد شراء حذاء وقفاز؟
(b) بكم طريقة مختلفة يمكن لعلي شراء حذاء أو قفاز وليس كليهما معاً؟

الحل:

(a) $4 \times 7 = 28$

(b) $4 + 7 = 11$

كثير من مسائل العد يستخدم فيها أحد هذين المبدأين ولذلك تم تسميتهما مبدأي العد الأساسيين. هيا لنتعرف عليهما ونرى الطرق الإبداعية لتطبيقهما في مسائل العد.

مبدأ الضرب: إذا كانت الحادثة A تحدث بـ m طريقة مختلفة والحادثة B تحدث بـ n طريقة مختلفة، وكان الحدثان مستقلين، فإن الحدثين يمكن أن يتما معاً بـ $m \cdot n$ طريقة.

الفكرة في مبدأ الضرب هي في طريقة حساب العدد الكلي للنتائج الممكنة. الحادثة A ممكن أن تحدث بـ m طريقة، ولكل نتيجة محتملة من هذه النتائج الحادثة B لها n نتيجة ممكنة. بما أن كل حالة لـ A تعطينا n نتيجة في الإجمال، العدد الكلي للنتائج الممكنة هو $n + n + \ldots + n = m \times n$. وهذه الفكرة قابلة للتعميم لأي عدد من الحوادث طالما أن عدد النتائج الممكنة لكل منها لا يعتمد على نتيجة أي من الحوادث الأخرى (هذا هو المقصود بالحوادث المستقلة في التعريف أعلاه).

أمثلة:

(1) بكم طريقة نستطيع ترتيب 5 كتب مختلفة على رف؟

الحل:

المكان الأول	المكان الثاني	المكان الثالث	المكان الرابع	المكان الخامس
5 طرق	4 طرق	3 طرق	طريقتان	طريقة واحدة

عند اختيار كتاب لوضعه في المكان الأول في بداية الرف سيكون لدينا 5 خيارات لأننا نملك 5 كتب مختلفة، وفي كل حالة من هذه الحالات الخمس، بعدما نختار كتاباً منهم ونضعه في المكان الأول، سيكون لدينا 4 طرق لاختيار الكتاب الذي سنضعه في المكان الثاني بغض النظر عن أي كتاب اخترناه في البداية، لأن عدد الكتب نقص بعد وضع واحد منهم في المكان الأول. وبنفس الطريقة سنحسب عدد الخيارات لكل مكان من الأماكن الخمسة ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد طرق الترتيب، فيكون عدد الطرق = $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ وهذا يساوي 120 طريقة.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(2) بكم طريقة يمكن أن نختار 4 بطاقات مختلفة في اللون ومختلفة في القيمة (العدد المكتوب عليها)، إذا كان لدينا 52 بطاقة مقسمة إلى 4 ألوان، وبطاقات كل لون مرقمة بالأعداد من 1 إلى 13؟

الحل:

المطلوب أن نسحب بطاقة من كل لون تحمل عددًا مختلفًا عن بطاقات الألوان الأخرى.

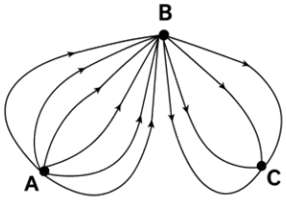
اللون الأول	اللون الثاني	اللون الثالث	اللون الرابع
13	12	11	10

لدينا 13 خيارًا لاختيار رقم البطاقة من اللون الأول، وعند اختيار بطاقة من اللون الثاني يجب أن نستبعد البطاقة التي تحمل نفس العدد الموجود على البطاقة الأولى وبالتالي سيقل عدد الخيارات فيصبح 12. وبنفس الطريقة يكون لدينا 11 طريقة لاختيار بطاقة اللون الثالث و 10 طرق لاختيار بطاقة اللون الرابع، ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد الطرق، فيكون عدد الطرق = $13 \times 12 \times 11 \times 10$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(1) توجد ثلاث قرى A, B, C في دولة، يمكن الانتقال من القرية A إلى القرية B بـ 6 طرق، والانتقال من القرية B إلى القرية C بأربع طرق للذهاب، كما في الشكل. بكم طريقة مختلفة يمكن الانتقال من A إلى C؟



(2) كم عدد الأعداد الطبيعية المكونة من ثلاث خانات؟

(3) بكم طريقة يمكن ترتيب 5 طلاب في صف بحيث يتم اختيارهم من 8 طلاب؟

(4) بكم طريقة يمكن الدخول لمجمع من باب والخروج من باب آخر إذا علمت أن المجمع له عشرة أبواب؟

(5) نريد أن نرتب 4 بنات و 5 أمهات في صف بشرط أن تبقى البنات بجانب بعضهن البعض، بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

مبدأ الجمع: إذا كانت الحادثة A تحدث بـ m طريقة مختلفة والحادثة B تحدث بـ n طريقة مختلفة، وكان الحدثان متنافيين، فإن حدوث الحادثة A أو B سيكون بـ $m+n$ طريقة مختلفة.

الفرق بين مبدأ الجمع ومبدأ الضرب هو أنه إذا كانت الحادثتان A, B ستحدثان كلتاهما فالعدد الكلي للاحتمالات هو عدد طرق حدوث B لكل طريقة لحدوث A والذي يؤدي لمبدأ الضرب. أما إذا كانت الحادثتان A, B متنافيتين، أي أن علينا اختيار واحدة منهما ففي هذه الحالة إما أن تحدث A بـ m طريقة أو أن تحدث B بـ n طريقة، فيصير العدد الكلي للطرق $m+n$. عادة يستخدم مبدأ الجمع لتقسيم مسألة معقدة إلى عدد من الحالات التي يسهل التعامل معها.

مثال:

(1) إذا كان لدينا 5 كتب مختلفة في رف. بكم طريقة نستطيع أن نرتب بعض (أو كل) الكتب في مجموعة مرتبة من الكتب؟ حيث من الممكن أن تحتوي المجموعة المرتبة كتابًا واحدًا فقط أو أكثر.

الحل:

لدينا عدة حالات:

الحالة الأولى: المجموعة المرتبة مكونة من كتاب واحد، فيكون عدد الطرق = 5 طرق

الحالة الثانية: المجموعة مكونة من كتابين، فيكون عدد الطرق $= 5 \times 4 = 20$ طريقة

الحالة الثالثة: المجموعة مكونة من ثلاثة كتب، فيكون عدد الطرق $= 5 \times 4 \times 3 = 60$ طريقة

الحالة الرابعة: المجموعة مكونة من أربعة كتب، فيكون عدد الطرق $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ طريقة

الحالة الخامسة: المجموعة مكونة من خمسة كتب، فيكون عدد الطرق $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة

باستخدام مبدأ الجمع بين الحالات، يكون عدد الطرق $= 5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$ طريقة.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(6) بكم طريقة يمكننا اختيار قلم أو دفتر من مجموعة تحوي 10 دفاتر مختلفة و 7 أقلام مختلفة؟

(7) تملك سلمى 5 ألوان مختلفة من كاسات الشاي و 3 ألوان مختلفة من أطباق التقديم و 4 ألوان مختلفة من ملاعق الشاي. بكم طريقة مختلفة يمكنها أن تختار قطعتين من نوعين مختلفين من الأواني؟

(8) يوجد في صف أول ابتدائي 12 بنتًا تبدأ أسماء ثلاث منهن بحرف الألف. بكم طريقة يمكن ترتيب 4 بنات منهن في صف بشرط أن واحدة فقط من البنات يبدأ اسمها بحرف الألف؟

(9) تحوي مدرسة المواهب ثلاثة فصول، يتكون الفصل الأول من 20 طالبًا ويتكون الفصل الثاني من 13 طالبًا ويتكون الفصل الثالث من 8 طلاب. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار طالبين من فصلين مختلفين ليقوما معاً بإنجاز مهمة؟

(10) يمكن الانتقال من المدينة A إلى المدينة B باستخدام أحد طريقين بريين أو باستخدام إحدى ثلاث طرق جوية ويمكن الانتقال من المدينة B إلى المدينة C بإحدى أربع طرق برية أو إحدى خمس طرق جوية.
(a) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B؟
(b) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريقين جويين؟
(c) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريقين بريين؟
(d) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريقًا بريًا واحدًا وطريقًا جويًا واحدًا؟

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

عدد الأعداد والأشرطة

هذا نمط شائع من المسائل التي يمكن حلها باستخدام مبادئ العد، ويُطلب فيها إيجاد عدد الأعداد التي تحقق شرطا معينا. لتوضيح المسائل القادمة قد تحتاج هذه التعاريف:

عدد طبيعي من n خانة: نقول إن العدد الطبيعي مكون من n منزلة (خانة) إذا كانت أكبر خانة (الخانة الأولى من اليسار والخانة رقم n من اليمين) غير صفرية.

مثلا: العدد 2345 مكون من أربع منازل، ولكن لا نعتبر العدد 034 مكوّنًا من ثلاث منازل لأن الصفر في المنزلة الأكبر لا يعتد به، ويكتب العدد على الصورة 34 أي أن العدد مكون من منزلتين فقط.

شريط من n رقم:
نقول إن الشريط مكون من n منزلة بغض النظر عن أكبر منزلة هل هي صفر أم لا.

مثلا: كل مما يلي 01234 و 00034 و 12302 شريط مكون من خمس منازل.

الأعداد المتناظرة:
نقول إن العدد الطبيعي متناظر إذا تحقق أن قراءة أرقام العدد من اليمين إلى اليسار مطابقة لقراءة أرقام العدد من اليسار إلى اليمين.

مثلاً: الأعداد 1234321 و 919 و 6 أعداد متناظرة، بينما العدد 2342 غير متناظر.

سوف يساعدنا مبدآ العد لحساب عدد الأعداد أو الأشرطة المطلوبة بطريقة مبسطة وعميقة. هيا لنبدأ رحلة الإبداع!

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(11) كم عدد صحيح موجب مكون من أربع خانات مختلفة؟

(12) كم عدد صحيح فردي موجب مكون من خمس خانات؟

(13) كم عدد ذو خانتين يمكن تكوينه من أرقام المجموعة $\{0,3,4,5,6,7,8,9\}$، بشرط أن يكون مجموع أرقامه فردياً؟

(14) كم عدد بين 0 و 1000 يحوي الرقم 5 مرة واحدة فقط؟

(15) كم عدد يقبل القسمة على 3 وله 3 خانات مختلفة يمكن تكوينه من أرقام المجموعة $\{1,3,7,8,9\}$؟

(16) كم عدد الأشرطة ذات 10 منازل، والتي تتكون من واحدات وأصفار فقط بشرط أن تحوي بالضبط خمسة أصفار متجاورة؟

(17) كم عدد الأعداد ذات الخمس خانات، والتي تحقق أن مجموع منزلته الأولى ومنزلته الخامسة يساوي 5؟

(18) كم عدد الأعداد المكونة من ست منازل وكل منازلها من نفس النوعية (كلها زوجية أو كلها فردية)؟

(19) كم عدد صحيح موجب ذو 4 خانات، وله بالضبط خانة واحدة «1»، وبالضبط خانة واحدة «3»؟

(20) كم عدد الأعداد المكونة من 3 منازل لها على الأقل منزلة زوجية واحدة؟

(21) كم عدد مكون من أربع خانات بشرط عدم تجاور خانتين زوجيتين؟

(22) كم عدد صحيح موجب أقل من 1000 لا يحتوي على الرقم 7؟

(23) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من خمس خانات مختلفة والتي تحقق أن الفرق الموجب بين أول خانة وآخر خانة يساوي 2؟

(24) عند كتابة الأعداد من 1 إلى 100 كم مرة سنكرر كتابة الرقم 6؟

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

(25) كم عدد متناظر له:
(a) 6 خانات مكونة من الأرقام $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.
(b) 7 خانات مكونة من الأرقام السابقة نفسها.
(c) 5 خانات مكونة من الأرقام $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

عدد الكلمات

يمكن حساب عدد الكلمات الإنجليزية المكونة من n حرف باستخدام مبدأ الضرب بشكل مباشر. في مسائل العد ليس بالضرورة أن يكون للكلمات الناتجة معنى.

مثال:

عدد الكلمات المتكونة من 4 أحرف يساوي

الحرف الأول		الحرف الثاني		الحرف الثالث		الحرف الرابع	عدد الكلمات
أي حرف		أي حرف		أي حرف		أي حرف	
26 طريقة	$\times$	26 طريقة	$\times$	26 طريقة	$\times$	26 طريقة $=$	26^4

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

تدريبات:

(26) كم عدد الكلمات المكونة من 5 حروف مختلفة؟

(27) كم عدد طرق ترتيب حروف كلمة PRODUCT؟

(28) كم عدد الكلمات المكونة من 6 أحرف بشرط أن تكون الأحرف الأول والثالث والسادس مختلفة؟

(29) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة فقط؟

(30) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة على الأقل وممنوع تكرار أي حرف آخر؟

(31) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة على الأقل ومسموح بتكرار حرف آخر (قد يظهر حرف آخر مرتين)؟

(32) اخترع الفريق السعودي لأولمبياد الأمن السيبراني لغة خاصة بهم تتكون من أربعة حروف فقط. في لغتهم أطول كلمة تحتوي على 6 أحرف على الأكثر. كم عدد كلمات هذه اللغة؟

(33) نعرف الكلمة الجيدة على أنها كلمة مكونة فقط من الحروف A و B و C (يمكن لأحد هذه الحروف ألا يظهر في الكلمة) بحيث لا يلي فيها مباشرة الحرف B الحرف A ولا الحرف C الحرف B، ولا الحرف A الحرف C. كم عدد الكلمات الجيدة المكونة من 7 حروف؟

(34) كم عدد الكلمات المتناظرة المكونة من سبعة أحرف والتي لا تبدأ بحرف علة؟ حروف العلة هي (A, E, I, O, U).

(35) كم عدد طرق كتابة الحروف الإنجليزية كلها في صف بشرط أن يوجد بالضبط خمسة أحرف بين الحرفين x و y؟

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

الإجابات



ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

إلى الطالب

نؤمن بأن تعلّم الرياضيات يقوم على التفكير العميق في المسألة، وعلى التعثّر فيها ومواصلة المحاولة؛ فبهذا تُبنى القدرة الحقيقية على الحل. لذلك نكتفي في هذا القسم بالإجابات النهائية فقط دون الحلول التفصيلية، لتحاول حل كل مسألة بنفسك أولًا. وإذا أردت الاطلاع على الحلول الكاملة، فشاهد مقاطع الفيديو الخاصة بنسمو.

إجابات (الجبر)

المعادلات الخطية في متغير واحد:

(1) $x = 18\ (a)$، $x = 10\ (b)$، $x = 5\ (c)$، $x = 8\ (d)$

(2) $x = 1$

(3) $x = 3$

(4) $800\ (a)$، $14\ (b)$، $28\ (c)$، $2000\ (d)$ ريال، $40000\ (e)$ ريال

أسئلة التحدي (1):

(1) طول القطار 60 مترًا.

(2) $5 : 6$

(3) 33 سنة.

(4) 24 برتقالة.

(5) العدد السابع 11.

(6) لأن $17 < 20$ و $481 < 500$ فالثمن الحقيقي أقل من $500 \times 20 = 10000$ ريال، أي أقل من 10177 ريالًا.

(7) لا؛ الناتج زوجي دائمًا بينما 20042401 عدد فردي.

(8) $983 + 75 + 4 = 1062$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(9) سؤال إنشاء – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(10) 16 لترًا يوميًّا.

(11) سؤال إنشاء – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(12) $JMO = 150$ و $IMO = 450$، أو $JMO = 250$ و $IMO = 750$

المعادلات الخطية في عدة متغيرات:

(1) للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

(2) $x = 10,\ y = 3$ (a) ، $x = 4,\ y = 1$ (b) ، $x = 8,\ y = 6$ (c) ، $x = 5,\ y = 4$ (d)

(3) العددان 25 و 17.

(4) كانت الساعة 3:09.

(5) $x = \frac{59}{4},\ y = -\frac{11}{4}$

(6) $x = 15,\ y = 5$

(7) $x = 2,\ y = -3$

(8) $x = \frac{30}{41},\ y = \frac{45}{41},\ z = \frac{75}{41}$

(9) $x = 1,\ y = 2,\ z = 3,\ u = 4$

(10) $x = \frac{2a+b-c}{14},\ y = \frac{2b+c-a}{14},\ z = \frac{2c+a-b}{14}$

(11) $4a - c = 9$

(12) $(a, b, c) = (2, 3, 4)$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(13) $k \neq -2$ (a) (والحل $x = 0$، $y = \frac{1}{3}$)، (b) لا توجد قيمة لـ k، $k = -2$ (c)

(14) $z - y = 2021$

(15) $x = 7,\ y = 5,\ z = -3$

(16) $x = 0,\ y = 6,\ z = 7,\ u = 3,\ v = -1$

أسئلة التحدي (2):

(1) $a = \frac{1}{10},\ b = \frac{1}{4}$

(2) $x = 5,\ y = 3,\ z = 1$

(3) مثلًا $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ (وكذلك أي كسرين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{a+1}$).

(4) $3 : 7$

(5) 23 طفلًا.

(6) $c = 1$

(7) 553451234512345

(8) سؤال إنشاء – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(9) نور بنت.

(10) 25 كاذبًا.

(11) لا؛ أكبر عدد ممكن هو 16 مربعًا.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

النسبة المئوية:

(1) $k = 18$

---

(2) $a = 5,\ b = 2,\ c = 1$

---

(3) 30

---

(4) 30%

---

(5) 18 قطعة.

---

(6) 162°

---

(7) $a : c = 17 : 21$

---

(8) 80%

---

(9) 3125 سمكة.

---

(10) $4t : 2u = 1 : 2$

---

(11) $k = \frac{1}{4}$

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

إجابات (الهندسة)

تدريبات المراجعة:

(1) $4n + m = 180°$

(2) $\angle A = 23°$

(3) $\angle EAD = 141°$

(4) $x = a - b + c + d$

(5) $\angle DBF = 36°$

(6) $\angle BAC = 2b - 2a$ ،$\angle BDC = b - a$؛ (a) $a = 39°$ ،$b = 58.5°$

(7) $y = 2x$

(8) $\angle EDC = 20°$؛ $\angle BDC = 90°$

(9) $\angle ACE = \frac{180° - 3x}{2}$

(10) $a = 42°$ ،$b = 84°$ ،$c = 63°$ ،$d = 14°$

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

تطابق المثلثات:

تدريب (1): مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(1) $\triangle ABC \cong \triangle NPY$ (ASA)

(2) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(3) $\triangle ABC \cong \triangle CKA$ (SSS)

(4) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(5) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(6) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(7) $\triangle ABC \cong \triangle PQC$ (SAS)

(8) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(9) $\triangle ABC \cong \triangle AGC$ (ASA)

(10) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA)

(11) $\triangle ABC \cong \triangle BST$ (ASA)

(12) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(13) لا يوجد مثلث يطابق $\triangle ABC$.

(14) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS)

(15) $\triangle ABC \cong \triangle MNC$ (ASA)

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

(16) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(17) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(18) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(19) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(20) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

إجابات (نظرية الأعداد)

الأعداد الصحيحة الزوجية والفردية:

(1) العدد فردي.

(2) لا، لأن مجموع 5 أعداد فردية فردي بينما 50 زوجي.

(3) N عدد فردي.

(4) الحد الذي ترتيبه 2003 عدد زوجي.

(5) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

(6) (a) نعم، مثلًا $1+2-3+4+5+6-7-8=0$؛ (b) غير ممكن، لأن $1+2+\cdots+9=45$ فردي.

(7) غير ممكن: نقاط كل مباراة عدد فردي (3 أو 1 أو -1)، فمجموع نقاط 20 مباراة زوجي، بينما 39 فردي.

(8) (a) نعم، مثلًا $1,2,1,2,\ldots,1,2$؛ (b) غير ممكن، لأن زوجية الأعداد يجب أن تتناوب حول الدائرة و9 عدد فردي.

(9) (a) لا؛ (b) لا؛ (c) نعم، مثلًا $6+6-8=4$.

(10) غير ممكن، لأن مجموع الرتب بحسب الشروط زوجي بينما $1+2+\cdots+10=55$ فردي.

(11) غير ممكن: بتلوين الشطرنج توجد 14 غرفة بيضاء و12 غرفة سوداء، والمسار يتناوب بين اللونين.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

قابلية القسمة:

(1) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

---

(2) الباقي 7.

---

(3) $n = 1, 2, 4$.

---

(4) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

---

(5) $(a, b) = (1, 99), (2, 98), (4, 96), (5, 95), (10, 90), (20, 80), (25, 75), (50, 50)$.

---

(6) $n = 3$.

---

(7) مسألة إثبات – شاهد الحل في مقاطع نسمو.

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

إجابات (التركيبات)

مبادئ العد:

(1) 24 طريقة

(2) 900 عدد

(3) 6720 طريقة

(4) 90 طريقة

(5) 17280 طريقة

(6) 17 طريقة

(7) 47 طريقة

(8) 6048 طريقة

(9) 524 طريقة

(10) (a) 45 طريقة، (b) 15 طريقة، (c) 8 طرق، (d) 22 طريقة

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa

عدد الأعداد والأشرطة:

(11) 4536 عددًا

(12) 45000 عدد

(13) 28 عددًا

(14) 243 عددًا

(15) 24 عددًا

(16) 64 شريطًا

(17) 5000 عدد

(18) 28125 عددًا

(19) 720 عددًا

(20) 775 عددًا

(21) 4625 عددًا

(22) 728 عددًا

(23) 5040 عددًا

(24) 20 مرة

(25) (a) 512 عددًا، (b) 4096 عددًا، (c) 648 عددًا

@mawhiba | mawhiba.sa
ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025

عدد الكلمات:

(26) $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 = 7{,}893{,}600$ كلمة

(27) $7! = 5040$ طريقة

(28) $274{,}185{,}600$ كلمة

(29) 1875 كلمة

(30) 1876 كلمة

(31) 1951 كلمة

(32) 5460 كلمة

(33) $3 \times 2^6 = 192$ كلمة جيدة

(34) $21 \times 26^3 = 369{,}096$ كلمة

(35) $40 \times 24!$ طريقة

ص.ب : 700 الريـاض 11421
المملكـة العربيـة السعوديـة هاتـف : 920014025
@mawhiba | mawhiba.sa