

أولمبياد
الموهبة الوطني
NATIONAL GIFTED OLYMPIAD



حقيبة المرحلة الأولى

المسار العلمي - نسمو

الفيزياء

الفريق العلمي للفيزياء



قائمة المحتويات CONTENTS

2	1 الفيزياء وطبيعتها physics and its nature
2	1.1 ما هي الفيزياء؟ WHAT IS PHYSICS؟
5	1.2 الكميات الفيزيائية الأساسية والمشتقة BASIC AND DERIVATIVE PHYSICS QUANTITIES
5	1.3 الوحدات في الفيزياء UNITS IN PHYSICS
10	1.4 الأرقام المعنوية SIGNIFICANT DIGITS
10	1.5 تمارين Exercises
12	2 مقدمة في الموائع INTRODUCTION TO FLUIDS
12	2.1 ما هي الموائع؟ WHAT ARE FLUIDS؟
13	2.2 الكتلة والحجم والكثافة MASS, VOLUME, AND DENSITY
14	2.3 الضغط PRESSURE
16	2.4 التعرض للغلاف الجوي THE EXPOSURE OF THE ATMOSPHERE
17	2.5 مبدأ باسكال PASCAL'S PRINCIPLE
18	2.6 مبدأ أرخميدس ARCHIMEDES' PRINCIPLE
20	2.7 تمارين Exercises
22	3 الحركة في بعد واحد MOTION IN ONE DIMENSION
22	3.1 الكميات القياسية والكميات المتجهة SCALAR AND VECTOR QUANTITIES
28	3.2 الحركة MOTION
32	3.3 الحسابات البيانية GRAPHICS CALCULATIONS
35	3.4 معادلات الحركة EQUATIONS OF MOTION
37	3.6 السقوط الحر FREE FALL
38	3.7 تمارين Exercises
40	4 المتجهات في بعدين Vector in Two Dimensions
41	4.1 جمع المتجهات في بعدين Adding Vectors in Two Dimensions
47	4.2 الزاوية القياسية والزاوية المتجهة Standard Angle and Reference Angle
55	4.3 ضرب المتجهات Vector multiplication
60	5 الحركة في بعدين Motion in Two Dimensions
61	5.1 متجهات الإزاحة والسرعة والتسارع في الحركة في بعدين
62	5.2 الحركة في بعدين بتسارع ثابت
65	6 حركة المقذوفات Projectile Motion
72	6.1 أسئلة إضافية Additional problems
76	7 اختبار تجريبي Simulation test

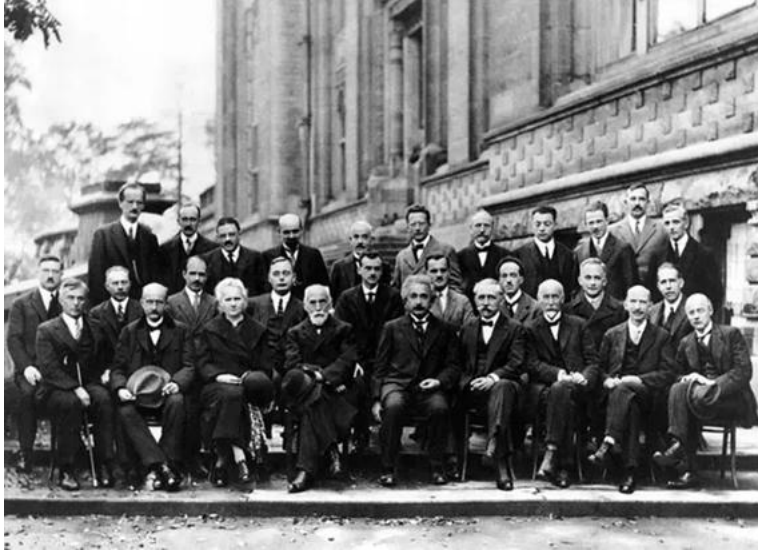
1 الفيزياء وطبيعتها PHYSICS AND ITS NATURE

حاول الإنسان القديم منذ القدم فهم الظواهر الطبيعية من حوله والتحكم فيها، مثل حركة الأجسام وإشعال النار، فابتكر أدوات تساعد على تحريك الأجسام الثقيلة وطرقاً لإشعال النار والاستفادة منها، وصنع أدوات تساعد على حماية نفسه من الحيوانات المفترسة ولاصطياد الفرائس وإنجاز أعماله وتسهيل حياته.

ببساطة، ما فعله هو الفيزياء بأوسع معانيها. في هذا الفصل، سنتعرف على الفيزياء وطبيعتها.

1.1 ما هي الفيزياء؟ WHAT IS PHYSICS?

ما الذي يتبادر إلى ذهنك عندما تسمع كلمة "الفيزياء"؟ ربما تتخيل سبورة مكتوب عليها العديد من المعادلات الرياضية الفيزيائية، أو ربما تتذكر صوراً لفيزيائيين مشهورين سمعت عنهم كثيراً، مثل إسحاق نيوتن أو ألبرت أينشتاين، وربما تفكر في العديد من التطبيقات التقنية التي طورتها الفيزياء، مثل أجهزة الحاسوب المحمولة وأجهزة الاتصال الحديثة والأقمار الصناعية وغيرها الكثير.



أذكى صورة في التاريخ، التقطت في مؤتمر سولفاي عام 1927، وجمعت عدداً كبيراً من أشهر الفيزيائيين، مثل أينشتاين وماري كوري وديراك وهايزنبرغ وبولي وشرويدنجر وبور وكومبتون وغيرهم.

في الواقع، ما تخيلته صحيح إلى حد ما ويظهر جوانب مهمة من الفيزياء، ولكن الفيزياء بمعناها الأوسع هي: فرع من العلوم يهتم بدراسة العالم الطبيعي والمادة والطاقة وكيفية ارتباطها ببعضها البعض.

فكر 1.1 :

ماذا نعني بالمادة، وماذا نعني بالطاقة؟ أعط أمثلة على كل منهما. هل يمكنك سرد بعض الاختلافات بينهما؟

كلمة "فيزياء" مشتقة من الكلمة اليونانية "φύσις" (فيزيكا)، والتي تعني "الطبيعة". لذا، فإن الفيزياء هي أحد أهم جوانب حياتنا. مهما فعلنا، فإن الفيزياء موجودة. نحن نطبق مبادئ الفيزياء في أنشطة حياتنا اليومية.

1.1.1 الفيزياء والظواهر الطبيعية PHYSICS AND NATURAL PHENOMENA

تظهر العلاقة بين المادة والطاقة في الظواهر الطبيعية من حولنا، مثل حركة الأجسام، والبرق، والصواعق، والجاذبية المغناطيسية للأشياء، وأمواج الماء، وغيرها الكثير. تهدف الفيزياء بشكل أساسي إلى:

- فهم وشرح هذه الظواهر من خلال تطوير القوانين والنظريات. ومن الأمثلة على ذلك ما فعله العالم إسحاق نيوتن في تطوير معادلات وقوانين الحركة، مما ساعدنا كثيرا في الحساب الرياضي لسرعة جسم ما بعد مرور فترة زمنية معينة، وفي حساب القوة الصافية المؤثرة عليه.
- توظيف فهم الظواهر الطبيعية في صناعة التطبيقات الحديثة. مثل صنع السيارات والطائرات والمركبات الفضائية ومانعات الصواعق وغيرها.
- التنبؤ بالظواهر الطبيعية ونتائجها المستقبلية. مثال: التنبؤ بأوقات الكسوف والزلازل وبنية الكون وغيرها.

تدريب 1.1: ذكرنا سابقا أن الفيزياء تدرس العلاقة بين المادة والطاقة. في تجربته الشهيرة، درس نيوتن تحليل طيف الضوء الأبيض باستخدام منشور زجاجي. ما هي المادة التي درسها نيوتن، وما هي الطاقة، وكيف كانت العلاقة بينهما؟

1.1.2 الفيزياء والعلوم الأخرى PHYSICS AND OTHER SCIENCES

لأكثر من ألفي عام، كانت الفيزياء والكيمياء والبيولوجيا وبعض فروع الرياضيات جزءا من الفلسفة الطبيعية، ولكن خلال الثورة العلمية في القرن السابع عشر، انفصلت هذه العلوم عن بعضها البعض ولكنها ظلت مرتبطة ارتباطا وثيقا. الفيزياء هي العلم الأساسي لأنها تدرس الطبيعة بشكل عام وتوفر الأساس لجميع العلوم الأخرى. كما أنها تصنع أجهزة القياس وتختبر التطبيقات التقنية التي تفيد هذه العلوم. كن فخورا بدراساتك للفيزياء.

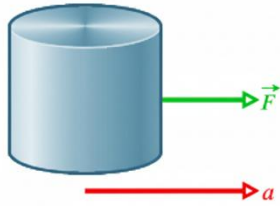
أصبحت التكنولوجيا الكمومية (Quantum Technology) من أهم المجالات وأكثرها إثارة والتي تجمع بين علوم مثل الفيزياء والبيولوجيا والكيمياء والهندسة والعديد من المجالات الأخرى. أعطت هذه التكنولوجيا أملا كبيرا في حدوث ثورات علمية في المستقبل القريب، حيث ستغير اتجاه التكنولوجيا في العديد من الصناعات.

1.1.3 الفيزياء والرياضيات PHYSICS AND MATH

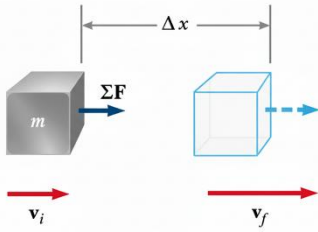
ترتبط الفيزياء ارتباطا وثيقا بالرياضيات، ويمكن وصف العلاقة بينهما بإيجاز على النحو التالي: الرياضيات هي لغة الفيزياء في التعبير الدقيق لوصفها وتفسيرها للظواهر الطبيعية.

تظهر هذه العلاقة في عدة أشكال، أهمها:

- تستخدم الفيزياء المعادلات الرياضية لتوضيح العلاقة بين الكميات الفيزيائية، أو لحساب الكميات المجهولة، على سبيل المثال:

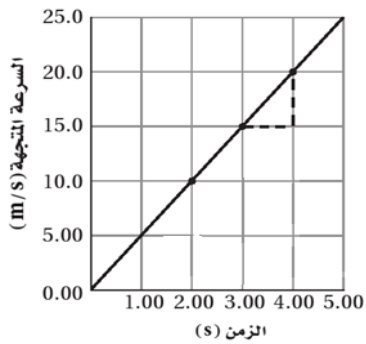


- $\Sigma F = ma$ قانون نيوتن الثاني للحركة
ينص على أن: تسارع جسم ما يتناسب طرديا مع القوة المؤثرة عليه ويتناسب عكسيا مع كتلته.
ملاحظة: التسارع يعني مقدار تغير السرعة في كل ثانية.



- $v_f = v_i + a_x t$ معادلة الحركة في خط مستقيم

هي معادلة مهمة تساعدنا في إيجاد السرعة اللحظية لجسم v_f عند زمن معين t من خلال معرفة سرعته الأولية v_i وتسارعه a_x .



- تستخدم الفيزياء الرسوم البيانية الرياضية كثيرا من أجل وصف بعض الظواهر والأحداث بدقة، على سبيل المثال، يحدد الرسم البياني المقابل كيف تتغير السرعة v لجسم يتحرك في خط مستقيم مع الزمن t ، ومن خلال الرسم البياني يمكنك حساب سرعة الجسم في كل لحظة زمنية موضحة في الرسم البياني، ويمكنك أيضا استنتاج أن العلاقة بينهما متناسبة (تزدادان معا بانتظام).

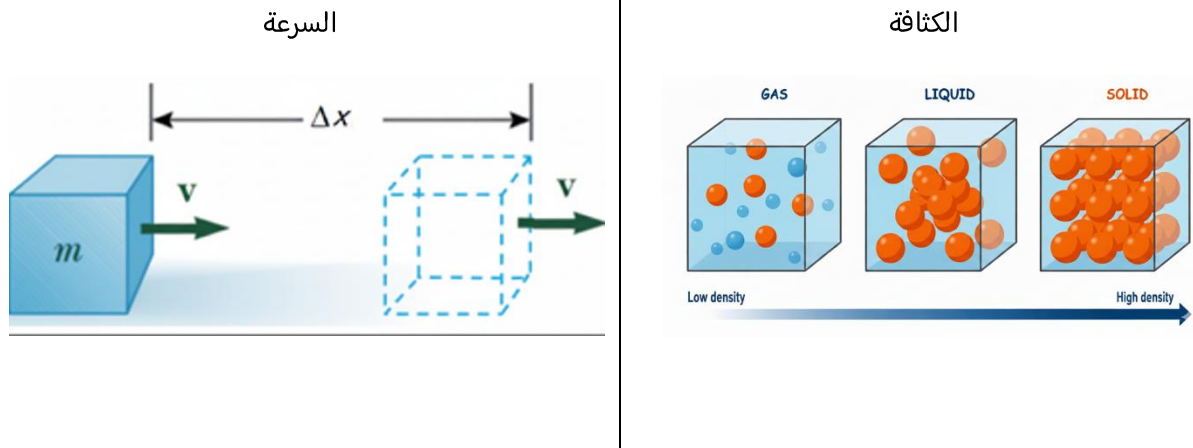
1.2 الكميات الفيزيائية الأساسية والمشتقة QUANTITIES

تدرس الفيزياء خصائص المادة، والتي نسميها "الكميات الفيزيائية".

الكميات الفيزيائية تصنف إلى نوعين:

الكميات المشتقة	الكميات الأساسية
وهي الكميات المحددة بواسطة كميات أساسية أخرى.	وهي الكميات المحددة بذاتها وتشكل أساسا لاشتقاق الكميات الأخرى.
مثال: السرعة، الكثافة.	مثال: الطول (المسافة)، الكتلة، درجة الحرارة

تدريب 1.2: حاول تعريف السرعة والكثافة من خلال الكميات الأساسية الأخرى.



1.3 الوحدات في الفيزياء UNITS IN PHYSICS

لنفترض أن صديقك سألك عن المسافة بين منزلك ومنزل جدك، وأجبت أن المسافة 200. هل هذه الإجابة كافية لفهم المسافة بينهما بدقة؟ بالطبع لا، فقد تكون المسافة 200 متر (200 m) أو 200 كيلومتر (200 km) أو 200 ميل (200 mile). نسمي المتر والكيلومتر والميل وحدات قياس، وهي ضرورية، كما لاحظت، لتحديد المسافة بدقة. في الواقع، هذا هو الفرق الأساسي بين الرياضيات والفيزياء. تتعامل الرياضيات مع الأرقام المجردة، بينما تهتم الفيزياء بالوحدة بالإضافة للقيمة العددية لأي قياس.

تم الاتفاق على إنشاء نظام قياس دولي يسمى "النظام الدولي للوحدات" بهدف توحيد وحدات القياس في جميع أنحاء العالم، ويشار إليه بالرمز (SI). حدد هذا النظام سبع كميات أساسية في الفيزياء مع تعريف وحدات قياسها، وهذه الكميات هي:

الكمية الأساسية		الوحدة الأساسية	
الاسم	الرمز	الاسم	الرمز
الطول	l	متر	m
الكتلة	m	كيلوغرام	kg
الوقت	t	الثانية	s
التيار الكهربائي	I	أمبير	A
درجة الحرارة	T	كلفن	K
كمية المادة	n	مول	mol
شدة الإضاءة	E	كانديلا	Cd

لاحظ أن رموز الكميات الفيزيائية تكتب بأحرف مائلة، بينما تكتب رموز الوحدات الفيزيائية بأحرف غير مائلة.

معلومة اثرائية: في عام 1120 م، أصدر ملك إنجلترا مرسوما يقضي بأن يسمى معيار الطول في بلاده بالياردة، وأن يكون مساويا تماما للمسافة من طرف أنفه إلى نهاية ذراعه الممدودة. وبالمثل، كان المعيار الأصلي للقدم الذي اعتمده الفرنسيون هو طول القدم الملكية للملك لويس الرابع عشر. ساد هذا المعيار حتى عام 1799، عندما أصبح المعيار القانوني للطول في فرنسا هو المتر.



الكميات الفيزيائية غير الأساسية هي كميات مشتقة، وتتكون وحداتها من وحدتين أو أكثر من الوحدات الفيزيائية الأساسية، مثل السرعة (ms^{-1}) والتسارع (ms^{-2}) والكثافة ($kg \cdot m^{-3}$) وغيرها الكثير.

بعض وحدات الكميات المشتقة طويلة نسبياً، ولتقصيرها، تمت تسميتها بأسماء العلماء الذين ساهموا في تطويرها، ثم تم أخذ الحرف الأول من اسم العالم باللغة الإنجليزية بحرف كبير للتعبير عن تلك الوحدة، على سبيل المثال، تمت تسمية وحدة قياس القوة "نيوتن" نسبة إلى العالم نيوتن، وتم اختصارها على هذا النحو (N).

تدريب 1.3: يستخدم سخان كهربائي لغلي الماء. عند تشغيل المفتاح، ينتج التيار الكهربائي في عنصر التسخين طاقة حرارية. ترتفع درجة حرارة الماء بشكل مطرد حتى يبدأ في الغليان بعد 15 دقيقة. إذا تم استخدام سخان آخر بقدر أكبر، فإن الوقت المستغرق لغلي نفس حجم الماء سيكون أقل من 15 دقيقة. من الوصف أعلاه، حدد الكميات الفيزيائية. ثم صنف هذه الكميات إلى كميات أساسية وكميات مشتقة.

1.3.1 تحويل الوحدات CONVERSION OF UNITS

الفكرة الأساسية للتحويل هي الضرب في معامل التحويل، وهو كسر قيمته واحد، ويكتب للسماح بتقصير الوحدات. مثال: معاملات التحويل بين الكيلوغرامات والغمات، والدقائق والثواني:

$$1 = \frac{1000g}{1kg} \quad \square \quad 1 = \frac{1kg}{1000g}$$

$$1 = \frac{1min}{60s} \quad \square \quad 1 = \frac{60s}{1min}$$

تدريب 1.4: حوّل ما يلي:

500g إلى kg.

24 دقيقة إلى ثواني.

$30 ms^{-1}$ إلى $km h^{-1}$.

1.3.2 البادئات PREFIXES

في الفيزياء، نحتاج أحيانا إلى كتابة قيم الكميات الفيزيائية باستخدام البادئات، خاصة القيم الكبيرة جدا أو الصغيرة جدا، لتسهيل كتابتها وفهمها بشكل أوضح.

على سبيل المثال، 30000 m بالمتر، يمكننا كتابتها بالكيلومتر على النحو التالي: 30 km .

كذلك، 0.000001 s بوحدة الثواني، يمكننا كتابتها بوحدة ميكروثانية على النحو التالي: $1\text{ }\mu\text{s}$ ، ويوضح الجدول بعض البادئات المستخدمة في الفيزياء:

البادئات الصغيرة		
القيمة	الرمز	الاسم
10^{-2}	c	سنتي
10^{-3}	m	ميلي
10^{-6}	μ	ميكرو
10^{-9}	n	نانو

البادئات الكبيرة		
القيمة	الرمز	الاسم
10^3	k	كيلو
10^6	M	ميغا
10^9	G	جيجا

لكتابرة القيم مع أو بدون البادئات، نستخدم معامل التحويل:

البادئة التي نريد كتابتها

قيمة البادئة

• لإضافة البادئة:

قيمة البادئة

البادئة التي نريد حذفها

• لإزالة البادئة:

تدريب 1.5 :

اكتب $2 \mu s$ بوحدة الثواني.

اكتب $6.7 \times 10^{-8} g$ بوحدة (ng).

اكتب $0.7 ng$ بوحدة (kg).

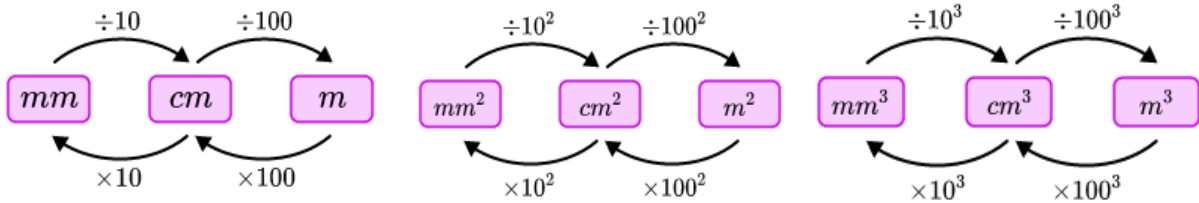
من المفيد أيضاً أن نتعرف على قواعد التحويل بين وحدات الطول والمساحة والحجم:

وحدات الطول: $1m = 10^2 cm = 10^3 mm$

وحدات المساحة: $1m^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2$

وحدات الحجم: $1m^3 = 10^6 cm^3 = 10^9 mm^3$

التر: $1L = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m^3$



1.4 الأرقام المعنوية SIGNIFICANT DIGITS

القياسات الناتجة عن استخدام الأدوات والأجهزة تقريبية، لذا يتم كتابتها على شكل أرقام معنوية، والرقم الأخير على اليمين في نتيجة القياس غير مؤكد. للتوضيح، الأرقام "المعنوية" هي الأرقام الموثوقة في القياس.

على سبيل المثال، لقياس جسم ما، يعطي المسطرة التي يبلغ طولها متراً واحداً قياساً يمكن التعبير عنه على النحو التالي: $24.5 cm$. ومع ذلك، باستخدام مسطرة أكثر دقة، يمكننا التعبير عن القياس على النحو



التالي: 24.45 cm . الرقم الإضافي ليس عشوائياً، ولكن له معنى؛ وهذا يعني أنه في الفيزياء، 20 m و 20.0 m ليسا متماثلين!

عند ضرب أو قسمة كميات متعددة، يجب أن يكون للنتيجة نفس عدد الأرقام المعنوية للقياس الذي يحتوي على أقل عدد من الأرقام المعنوية.

1.5 تمارين EXERCISES

1. تسير سيارة بسرعة 90 km h^{-1} . حوّل هذه السرعة إلى m s^{-1} .
2. اكتب 5 L بوحدة mm^3
3. كم ميكرومتر يشكل 1.0 km ؟
4. كثافة الماء هي 1 g cm^{-3} . ما قيمتها بوحدة kg m^{-3} ؟
5. اكتب القيمة 0.0056 m باستخدام بادئة SI مناسبة.
6. قم بإجراء الحساب وقرب النتيجة إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية:
 $12.45\text{ m} \times 3.2\text{ m}$
7. قم بإجراء الحساب وقرب النتيجة إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية:
 $25.2\text{ mL} \div 105.4\text{ g}$. أجب أيضاً بالوحدة kg m^{-3} .
8. تحسب مساحة المستطيل بضرب طوله في عرضه. إذا كان الطول 5.0 cm والعرض 3.00 cm ، فما المساحة بعد تقريبها إلى عدد الأرقام المعنوية الصحيح؟
9. إذا كان طول ضلع المكعب 0.50 m ، فما حجمه بالوحدتين m^3 و L ؟
10. الأرض عبارة عن كرة تقريباً نصف قطرها $6.37 \times 10^6\text{ m}$. ما (أ) محيطها بالكيلومترات، (ب) مساحة سطحها بالسنتيمترات المربعة، و(ج) حجمها باللترات؟

2 مقدمة في الموائع INTRODUCTION TO FLUIDS

تاج الملك هيرو: أعطى ملك سيراكوزا كمية معينة من الذهب لحرفي ليصنع منها تاجاً رائعاً. عندما اكتمل المشروع، انتشرت شائعة أن الحرفي استبدل كمية من الذهب بكمية معادلة في الوزن من الفضة، مما أدى إلى انخفاض قيمة التاج ويعني أنه تم خداع الملك. كلف أرخميدس بمهمة تحديد ما إذا كان التاج من الذهب الخالص أم لا. يروي المهندس المعماري الروماني فيثروفيوس القصة: بينما كان أرخميدس يفكر في الأمر، ذهب إلى الحمامات. عندما نزل إلى حوض الاستحمام، لاحظ أن كمية الماء المتدفقة خارج الحوض كانت مساوية لكمية جسده المغمورة. ولأن هذه الحقيقة كانت تشير إلى طريقة لحل المشكلة، لم يتردد أرخميدس، بل تحرك فرحاً، وقفز من المسبح وعاد إلى المنزل عارياً صارخاً: "يوريكا! يوريكا!" أي: وجدتها وجدتها. وصرخ بصوت عال أنه وجد ما كان يبحث عنه. لقد توصل أرخميدس إلى أحد مبادئ الموائع الهامة، والمسمى باسمه "مبدأ أرخميدس". سوف نتعرف في هذا الفصل على مفاهيم ومبادئ وقوانين أخرى في الموائع.

2.1 ما هي الموائع؟ WHAT ARE FLUIDS?

تشير كلمة "الموائع" إلى كل مادة لها خاصية التدفق أو الانتشار، وبالتالي تشمل: السوائل والغازات. أصل كلمة "مائع" هو "الميوعة"، والتي تعني من الناحية الفيزيائية: عدم الحفاظ على شكل ثابت. الخصائص الأساسية المشتركة بين السوائل والغازات هي:

- لا تحتفظ بشكل ثابت.
- جزيئاتها متباعدة.
- تتحرك جزيئاتها بحرية:
- في السوائل: تتحرك الجزيئات بشكل انتقالي داخل حجم السائل.
- في الغازات: تتحرك الجزيئات بحرية، بأي حجم متاح.

تدريب 2.1 : هل يمكنك ذكر الاختلافات المهمة بين خصائص السوائل والغازات؟

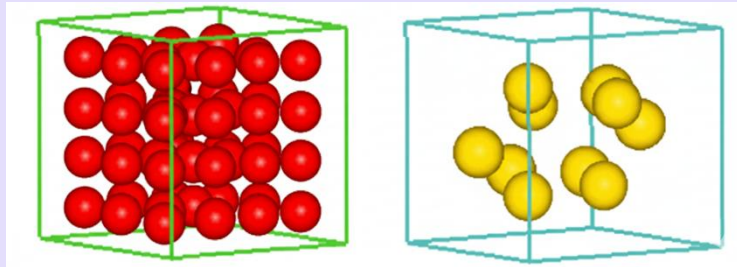
2.2 الكتلة والحجم والكثافة MASS, VOLUME, AND DENSITY

الكتلة والحجم والكثافة هي خصائص مميزة لأي عينة من المادة، ومن المهم جداً أن تكون على دراية بمعانيها.

الكتلة	الحجم	الكثافة
كمية المادة الموجودة في العينة. يقاس بوحدة (kg)	الحيز الذي تشغله عينة من المادة. يقاس بوحدة (m^3)	كتلة وحدة من حجم العينة تقاس بوحدة (kg/m^3)

إذا كانت جزيئات المادة أقرب إلى بعضها البعض، فإنها تكون أكثر كثافة.

تدريب 2.2 : أي العينتين أكثر كثافة؟



2.2.1 تعريف الكثافة DEFINITION OF DENSITY

تعرف الكثافة بأنها الكتلة لكل وحدة حجم، ويمكن التعبير عنها بالمعادلة

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حيث:

m هي الكتلة (kg).

V هو الحجم (m^3).

ρ هي الكثافة (kg/m^3).

الكثافة هي إحدى خصائص أي مادة خالصة؛ أي أن لكل نوع من المواد كثافته الخاصة، مثل الحديد، والنحاس، والذهب، وغيرها. ويوضح الجدول كثافة بعض المواد عند ظروف عيارية:

Substance	Density (kg/m^3)	المادة
Air	1.29	الهواء
Ice	0.917×10^3	الثلج
Aluminum	2.70×10^3	الألمنيوم
Iron	7.86×10^3	الحديد
Benzene	0.879×10^3	البنزين
Lead	11.3×10^3	الرصاص
Copper	8.92×10^3	النحاس
Mercury	13.6×10^3	الزئبق
Oak	0.710×10^3	خشب البلوط
Fresh water	1.00×10^3	الماء العذب
Oxygen gas	1.43	غاز الأكسجين
Glycerin	1.26×10^3	الجلسرين
Pine	0.373×10^3	خشب الصنوبر
Gold	19.3×10^3	الذهب
Platinum	21.4×10^3	البلاتين
Helium gas	1.79×10^{-1}	غاز الهيليوم
Seawater	1.03×10^3	ماء البحر
Hydrogen gas	8.99×10^{-2}	غاز الهيدروجين
Silver	10.5×10^3	الفضة

تدريب 2.3 : ما حجم الهيليوم (الكثافة $0.179 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) الذي له نفس كتلة 5.0 m^3 من النيتروجين (الكثافة $1.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) ؟

تدريب 2.4 : رتب هذه الأجسام الحديدية تصاعدياً (حسب كثافتها ب) حسب كتلتها.

1. كرة نصف قطرها r .

2. مكعب طول ضلعه r .

3. أسطوانة ارتفاعها r ونصف قطرها r .

4. متوازي مستطيلات طوله r وعرضه $2r$ وارتفاعه $0.5r$.

2.3 الضغط PRESSURE



تقف الطائرة الموضحة في الشكل على مدرج مطار، وتزن 420 طناً. وبشكل بديهي، يتوزع هذا الوزن على مساحة المدرج، ونسمي الجزء من وزنها الذي يؤثر على كل وحدة مساحة 1 m^2 من المدرج: بالضغط.

2.3.1 تعريف الضغط DEFINITION OF PRESSURE

عندما تؤثر قوة على سطح ما، يمكننا القول أن هذه القوة تمارس ضغطاً عليه. في الفيزياء، يعرف الضغط بأنه القوة العمودية على السطح لكل وحدة مساحة، ويمكن حسابه بالمعادلة التالية:

$$(1) \quad P = \frac{F}{A}$$

حيث: F هي القوة $A(N)$. هي المساحة $P(\text{m}^2)$. هو الضغط $(\text{Nm}^{-2} = \text{Pa})$ (باسكال).

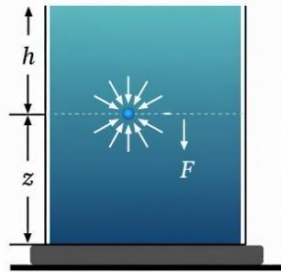
تدريب 2.5 : لماذا يستخدم المتزلجون أحذية خاصة بدلا من الأحذية العادية؟



تدريب 2.6 : فسر لم يتأذى الشاب على الرغم من استلقائه على طبقة من المسامير.

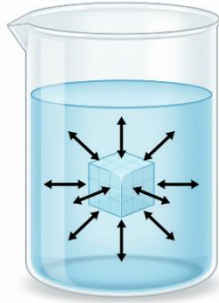


2.3.2 PRESSURE IN FLUIDS الضغط في الموائع



هل جربت الغوص؟ يشعر الغواص أن الماء يضغط على جميع أجزاء جسمه، ويزداد إحساسه بالضغط كلما غاص إلى عمق أكبر. يمكن ملاحظة ذلك أيضا عند تسلق الجبال، فكلما صعدت إلى أعلى، قل الضغط الذي تشعر به.

في الواقع، إن جميع الموائع (السوائل والغازات) تؤثر بضغط على الأجسام المغمورة فيها. يؤثر ضغط المائع في جميع الاتجاهات على الجسم المغمور فيه.



تجريبياً، وجد أن ضغط السائل في نقطة ما يزداد مع زيادة:

1. عمق النقطة تحت سطح السائل h .

2. كثافة السائل ρ_f .

لذلك، يتم حساب ضغط السائل عند نقطة ما بالمعادلة:

$$P_f = \rho_f h g \quad (2)$$

حيث:

P_f هو ضغط السائل (Pa).

ρ_f هي كثافة السائل ($kg \cdot m^{-3}$).

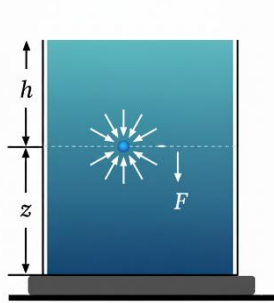
h هو عمق النقطة تحت السطح (m).

2.4 التعرض للغلاف الجوي THE EXPOSURE OF THE ATMOSPHERE

عندما يتعرض المائع للغلاف الجوي، فإن الغلاف الجوي سيؤثر بضغط عليه، وهذا ينطبق على جميع الموائع أيضاً، حيث يمكن للسوائل أن تمارس ضغطاً على بعضها البعض.

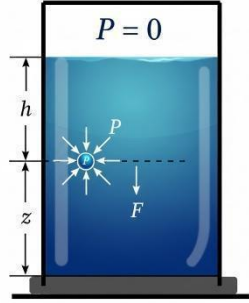
تدريب 2.7 : احسب الضغط الكلي (المطلق) عند النقطة P :

السائل معرض للغلاف الجوي



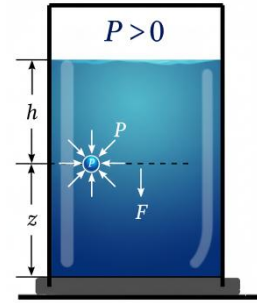
السائل غير معرض للغلاف

الجوي والضغط فوقه: $P = 0$



السائل لا يتعرض للغلاف

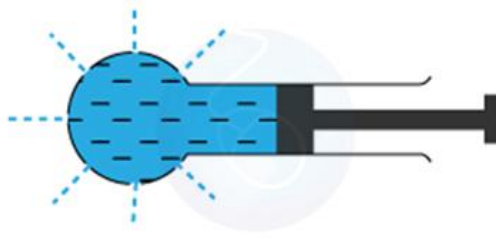
الجوي والضغط فوقه: $P > 0$



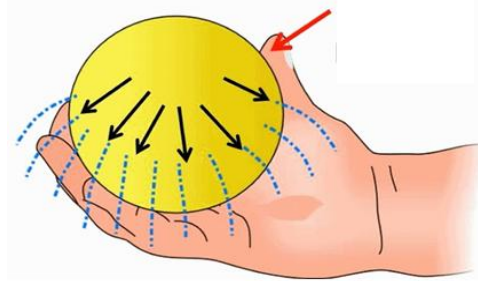
2.5 مبدأ باسكال PASCAL'S PRINCIPLE

قانون باسكال (المعروف أيضا باسم مبدأ باسكال أو مبدأ انتقال ضغط الموائع) هو مبدأ في ميكانيكا الموائع وضعه بليز باسكال، وينص على أن تغير الضغط في أي نقطة في مائع غير قابل للانضغاط ينتقل عبر المائع بحيث يحدث التغير نفسه في كل مكان. وضع هذا القانون عالم الرياضيات الفرنسي بليز باسكال في عام 1653 ونشر في عام 1663.

على سبيل المثال، عندما يتم دفع المكبس للداخل، يتدفق الماء بالتساوي من جميع الثقوب. وهذا يدل على أن الضغط المطبق على المكبس قد انتقل بشكل موحد في جميع أنحاء الماء.



أيضا، عندما تضغط بإصبعك على بالون مملوء بالهواء، يزداد الضغط على سطح البالون بنفس القيمة في جميع الاتجاهات.



2.5.1 المكبس الهيدروليكي HYDRAULIC PRESS

يعمل المكبس الهيدروليكي وفقا لمبدأ باسكال. نرى ذلك في حياتنا اليومية، مثل رافعة السيارات المستخدمة في محطات الخدمة. عندما يتم تطبيق قوة F_1 على المكبس الصغير، يتأثر المكبس



بالضغط: $P = F_1/A_1$. ينتقل هذا الضغط عبر السائل الموجود في المكبس ويؤثر بنفس الضغط على المكبس الكبير: $P = F_2/A_2$. إذن:

$$(3) \quad F_1/A_1 = F_2/A_2$$

ثم:

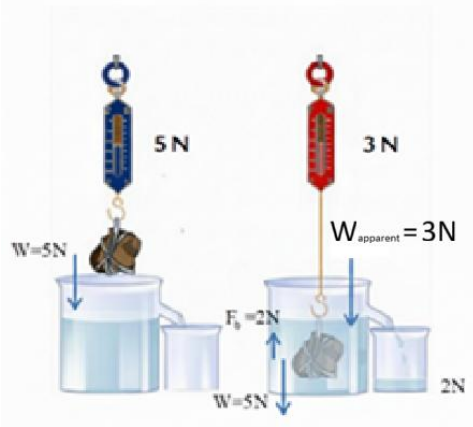
$$(4) \quad F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

لذلك، تنشأ قوة كبيرة تؤثر على المكبس الكبير، وهي قادرة على رفع أشياء ثقيلة مثل السيارات. وتسمى الكمية (A_2/A_1) : الفائدة الميكانيكية أو معامل مضاعفة القوة.

2.6 مبدأ أرخميدس ARCHIMEDES' PRINCIPLE

من خلال ملاحظتنا اليومية، تبدو الأجسام أخف وزناً تحت الماء. على سبيل المثال، يصعب علينا رفع صخرة ثقيلة من سطح الأرض، بينما يمكننا القيام بذلك بسهولة إذا كانت مغمورة تحت الماء. وهذا يشير إلى أنها تتأثر بقوة إلى الأعلى تقلل من وزنها، تسمى هذه القوة بقوة الطفو ويرمز لها بـ F_B . ينسب اكتشاف هذا المبدأ إلى أرخميدس (287-212) قبل الميلاد.

2.6.1 تجربة للتحقق من مبدأ أرخميدس: EXPERIMENT TO VERIFY ARCHIMEDES' PRINCIPLE



يتم ملء الحوض بالماء حتى الحافة. نقوم بوزن الجسم في الهواء (قراءة الميزان): $W = 5N$
عند غمر الجسم في الماء، يتدفق الماء إلى الحوض. وزن الجسم داخل الماء (قراءة الميزان):

$$W_{\text{apparent}} = 3N$$

وهذا يعني أن قوة الطفو هي:

$$(5) \quad F_B = W - W_{\text{apparent}}$$

يمكننا أن نرى أن وزن الماء المزاح يساوي قوة الطفو. حجم الماء المزاح يساوي حجم الجسم بأكمله، لذلك، فإننا نعني دائما بالسائل المزاح: حجم السائل الذي يساوي حجم الجزء المغمور من الجسم. نص المبدأ: أي جسم مغمور كلياً أو جزئياً في مائع، يطفو بفعل قوة تساوي وزن المائع المزاح بسبب الجسم.

$$(6) \quad F_B = \rho_{\text{fluid}} \times V_{\text{displaced}} \times g$$

حيث:

F_B هي قوة الطفو. (N)

ρ_{fluid} هي كثافة السائل. (kgm⁻³)

$V_{\text{displaced}}$ هو حجم السائل الذي يزيحه الجسم. (m³)

g هو تسارع الجاذبية. ($ms - 2$)

2.7 تمارين EXERCISES

1. قالب خشبي له كتلة 120 g وحجم 150 cm^3 أوجد كثافته بوحدة $g \cdot \text{cm}^{-3}$ و $kg \cdot \text{m}^{-3}$. هل يطفو في الماء؟
2. تؤثر قوة مقدارها 300 N على مساحة 0.15 m^2 . أوجد ضغطها.
3. الضغط عند نقطة معينة في الماء هو $3.0 \times 10^5\text{ Pa}$. إذا كانت كثافة الماء هي $10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ، فأوجد عمق تلك النقطة تحت السطح.
4. كتلة خشبية حجمها 2 m^3 مغمورة بالكامل في الماء (كثافة الماء $= 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). احسب قوة الطفو المؤثرة عليها.
5. يزن جسم ما 40 N في الهواء ويزن 35 N عندما يكون مغمورا بالكامل في الماء. أوجد قوة الطفو وحجم الماء المزاح. (كثافة الماء $= 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).
6. يغوص مقياس الكثافة في الزيت أكثر من غوصه في الماء. ماذا يعني ذلك بالنسبة لكثافة السائلين؟
7. قطعة من الخشب تغوص بثلاث حجمها إذا وضعت في الماء (كثافة الماء هي $10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$)، بينما تغوص بنصف حجمها إذا وضعت في الزيت، أوجد كثافة الزيت؟
8. مكعب له كثافة $8.0 \times 10^2\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ وارتفاع 6 cm . جزء منه يطفو في سائل كثافته $1.2 \times 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. احسب طول الجزء المغمور من المكعب في السائل.
9. جسم كتلته 170 kg يزيج 85 liters من الماء العذب. أوجد قوة الطفو المؤثرة عليه. (كثافة الماء هي $10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
10. أسطوانة صلبة بكثافة $2.0 \times 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ووزن 400 N في الهواء، غمرناها في الزيت، فصار وزنها 300 N . أوجد كثافة الزيت.
11. يبلغ وزن أسطوانة معدنية صلبة في الهواء 400 N ، وبعد غمرها في الماء العذب، أصبح وزنها 300 N . احسب حجم الأسطوانة. (كثافة الماء $= 10^3\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$)



12. الضغط الكلي (المطلق) في قاع حوض السباحة هو $151325 Pa$. إذا كان الضغط الجوي هو $101325 Pa$ ، فاحسب عمق حوض السباحة. (كثافة الماء $= 10^3 kg \cdot m^{-3}$)

13. جبل جليدي بكثافة $9.2 \times 10^2 kg \cdot m^{-3}$ يطفو في مياه البحر التي كثافتها $1.03 \times 10^3 kg \cdot m^{-3}$.

إذا كان الحجم الكلي للجبل الجليدي هو $2000 m^3$ ، فأوجد حجم الجليد فوق سطح الماء.

3 الحركة في بعد واحد MOTION IN ONE DIMENSION

لوصف حدث في الطبيعة، نعبر عنه باستخدام كميات فيزيائية، مثل درجة الحرارة، والضغط، والسرعة، والقوة. لا يمكن تحديد تأثير بعض هذه الكميات دون معرفة اتجاهها، في حين أن بعضها الآخر لا يمكن وصفه بالاتجاه. هذا التمييز يسمح لنا بتقسيم الكميات الفيزيائية إلى نوعين: الكميات القياسية والكميات المتجهة.

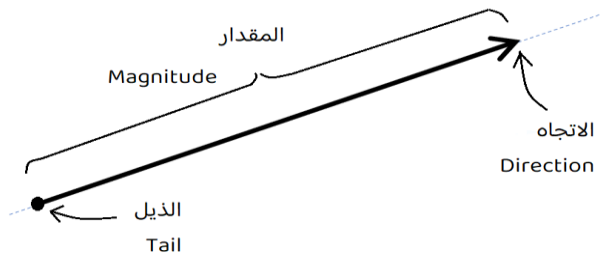
3.1 الكميات القياسية والكميات المتجهة SCALAR AND VECTOR QUANTITIES

الكميات القياسية هي كميات فيزيائية توصف بالكامل من خلال مقدارها (قيمتها) فقط، ولا يمكن تحديد اتجاه لها. ومن الأمثلة على ذلك درجة الحرارة والزمن. فمن غير المنطقي أن نقول "درجة الحرارة 30° إلى الأعلى" أو "انتظرتك لمدة ساعتين باتجاه الشمال".

الكميات المتجهة هي كميات تتطلب كلا من المقدار والاتجاه ليتم وصفها بشكل كامل، مثل القوة والإزاحة. لنفترض أن قوة 5N تؤثر على جسم ثابت. هل سيتحرك الجسم لأعلى أم لأسفل؟ أم سيتحرك الليمين أم الليميسار؟ وإذا تأثر الجسم بقوة أخرى قدرها 5N، فهل سيتحرك الجسم بتسارع أكبر، أم ستتوازن القوتان معا بحيث لا يتحرك الجسم؟ بدون معرفة الاتجاه، لا يمكننا وصف تأثير هذه الكميات الفيزيائية.

ملاحظة مهمة: تكتب الكميات المتجهة بسهم فوقها أو بخط عريض للتمييز بينها وبين الكميات القياسية ($\vec{A}$ ، A). أما مقدار المتجه فيكتب بالخط العادي $A = |\vec{A}|$.

3.1.1 تمثيل الكميات المتجهة VECTOR QUANTITIES REPRESENTATION



يمكن تمثيل الكمية المتجهة مثل الإزاحة، القوة، التسارع وغيرها بسهم يشير طوله إلى المقدار ورأسه إلى الاتجاه وذيله إلى نقطة التأثير كما في الشكل.

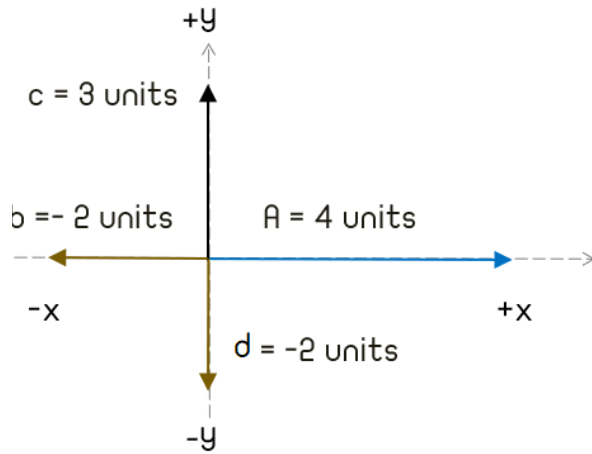
يتناسب طول السهم مع مقدار الكمية المتجهة، وعادة نختار مقياس رسم مناسب، مثلاً: في تمثيل

القوى نختار أن يمثل كل واحد سنتيمتر مقدار من القوة 5 نيوتن، وبالتالي فإذا كان مقدار القوة 15 نيوتن، يكون طول السهم 3cm. ويمكن تسمية اتجاه المتجه بالاتجاهات المعروفة: الشمال، الشرق، الجنوب، الغرب أو باستخدام الزوايا.

3.1.2 ترميز الكمية المتجهة VECTOR QUANTITY NOTATION

عادة ما نرمز للكمية المتجهة بحرف يعلوه سهم $\vec{A}$ أو بحرف يكون مطبوع بشكل غامق A ، وعندما نضع رمز المتجه بين علامات القياس فذلك يعني مقدار المتجه: مثلاً: $|\vec{A}| = |\vec{A}| = 5 \text{ units}$ أو نكتب الرمز بالخط المائل (*Italic*): مثلاً $A = 5 \text{ units}$

3.1.3 إشارات المتجهات VECTORS SIGNS



في المستوى الإحداثي xy يكون المتجه:

- بإشارة موجبة: عندما يكون في اتجاه $x+$ أو $y+$
- بإشارة سالبة: عندما يكون في اتجاه $x-$ أو $y-$
- بدون إشارة عندما لا يكون باتجاه أحد المحاور.

3.1.4 بعض خصائص المتجهات SOME PROPERTIES OF VECTORS

ضرب المتجه بعدد سالب	ضرب المتجه بعدد موجب (لا يساوي 1)
المتجه الناتج: بعكس الاتجاه وبمقدار مختلف	المتجه الناتج: له نفس الاتجاه وبمقدار مختلف
نقل المتجه	سالب (معكوس) المتجه



يمكن نقل المتجه من موقع لآخر بشرط
المحافظة على طوله واتجاهه.
جميع المتجهات في الشكل متساوية برغم أن لها
نقاط بداية مختلفة.

له نفس المقدار، ولكن بعكس الاتجاه

التحقق من المفهوم:

قم بتمثيل الإزاحات التالية:

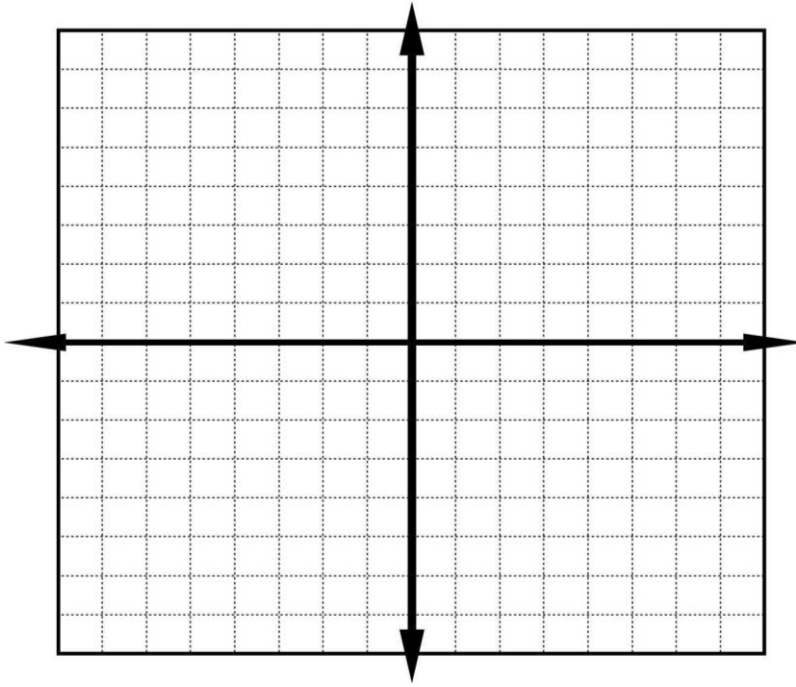
أ) $d_1 = 3\text{cm}$ شرقاً

ب) $d_2 = 2\text{cm}$ جنوباً

ج) $d_3 = 4\text{cm}$ شمال الشرق

د) $d_4 = 3\text{cm}$ بزاوية 30° جنوب الشرق

هـ) $d_1 = 2\text{cm}$ بزاوية مرجعية 210°



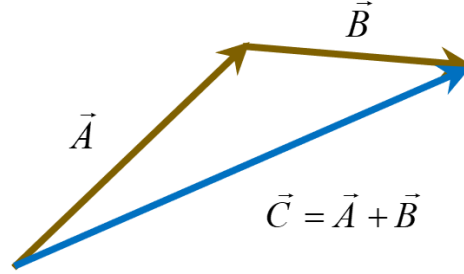
3.1.5 جمع المتجهات ADDING VECTORS

افترض جسم قطع إزاحة $\vec{A}$ ثم اتبعها بإزاحة أخرى $\vec{B}$ ستكون النتيجة النهائية كما لو أنه تحرك من نقطة البداية إلى نقطة النهاية بشكل مستقيم والتي تمثل المتجه $\vec{C}$ (الإزاحة النهائية).

نطلق على المتجهة $\vec{C}$ المحصلة Resultant vector او الجمع الاتجاهي ويمكن كتابة النتيجة كالتالي:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

مع ملاحظة أن الجمع هنا ليس جمعاً جبرياً.

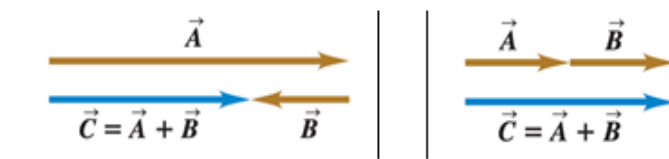


3.1.6 جمع المتجهات في بعد واحد ADDING VECTORS IN ONE DIMENSION

من السهل حساب محصلة مجموعة من الكميات المتجهة عندما يكون اتجاهها على نفس البعد (الخط)، سواء كانت في نفس الاتجاه، أو في اتجاهين متعاكسين، بشرط أن تكون من نوع واحد، مثلاً: إزاحات متتالية يقوم بها جسم واحد، أو مجموعة من القوى تؤثر على جسم واحد في نفس الوقت.

في اتجاهات متعاكسة	في اتجاه واحد
مقدار المحصلة: مجموع مقادير المتجهات جبرياً. اتجاه المحصلة: في اتجاه المتجه الأكبر.	مقدار المحصلة: مجموع مقادير المتجهات جبرياً. اتجاه المحصلة: في نفس اتجاه المتجهات.

نعني بالجمع الجبري: أي نضع إشارة المتجه عند الجمع لإيجاد المحصلة.

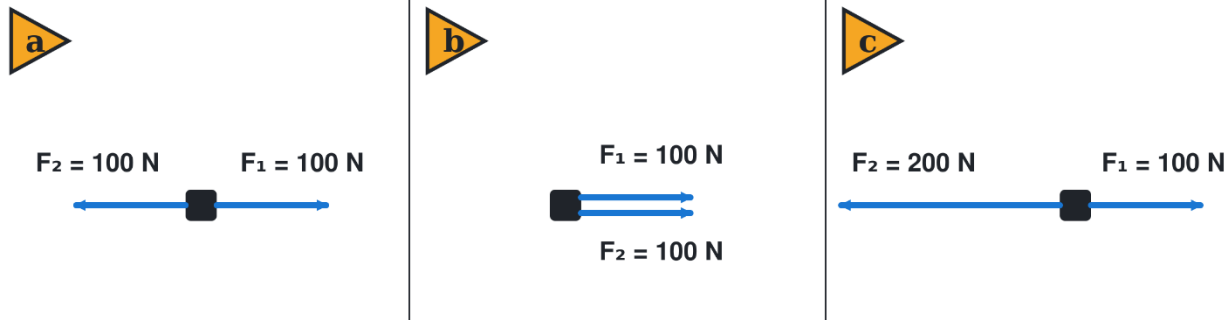


متجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في بعد واحد،
لاحظ أن المحصلة $\vec{C}$ تكتب دائماً بالشكل
التالي:

$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$
مع اختلاف طريقة حساب مقدارها في
الحالتين

مثال 3-1 :

تؤثر قوتان على جسم في ثلاث حالات مختلفة، احسب مقدار واتجاه المحصلة في كل حالة.

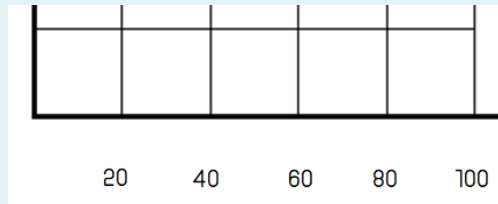


الحل :

الحالة	النتيجة
1	$\sum F = 100 - 100 = 0$
2	$\sum F = 100 + 100 = 200$ الإشارة الناتجة موجبة؛ ولذلك فإن الاتجاه موجب (شرق).
3	$\sum F = 100 - 200 = -100 \text{ N}$ الإشارة الناتجة سالبة؛ ولذلك فإن الاتجاه سالب (غرب)

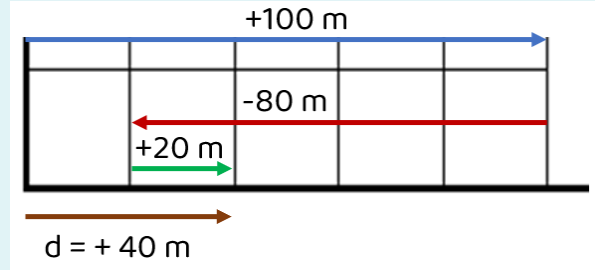
مثال 3-2 :

يسبح حوت 100 m شرقاً، ثم 80 m غرباً، ثم 20 m شرقاً، احسب إزاحته النهائية (محصلة الإزاحات).



الحل :

بتمثيل الإزاحات على الرسم، وباعتبار الاتجاه للشرق موجب، والاتجاه للغرب سالب، يمكن حساب الإزاحة النهائية كالتالي:



$$d = 100 - 80 + 20 = 20 + 20 = 40 \text{ m}$$

وبما ان إشارة محصلة الإزاحات موجبة، إذن اتجاهها إلى الشرق.

مثال 3-3 :

قوتان مقدارهما 10 N و 20 N تؤثران على جسم واحد، أي من التالي يمكن ان يكون قيمة لمحصليهما ؟
(أ) 7 N (ب) 9 N (ج) 13 N (د) 32 N (هـ) الإجابتان ب و ج

الحل :

أكبر قيمة ممكنة للمحصلة: عندما تكون القوتان في اتجاه واحد : $20 \text{ N} + 10 \text{ N} = 30 \text{ N}$

أقل قيمة ممكنة للمحصلة: عندما تكون القوتان متعاكستان في الاتجاه : $20 \text{ N} - 10 \text{ N} = 10 \text{ N}$

القيم الممكنة للمحصلة : من 10 N إلى 30 N ، أي أن الإجابة الصحيحة هي : ج

عندما تكون المحصلة أكبر من 10 N و أقل من 30 N فذلك يعني أن القوتين لا تؤثران على خط واحد.

3.1.7 الكميات المتجهة في ثلاثة أبعاد VECTOR QUANTITIES IN THREE DIMENSIONS

نحن نعيش في عالم ثلاثي الأبعاد، مما يعني أن الكميات المتجهة موجودة في ثلاثة أبعاد. لحسن الحظ، يمكننا وصف أي كمية متجهة على أنها مجموع ثلاث كميات متجهة، كل منها تقع على أحد الأبعاد الثلاثة

(المحاور x, y, z). يمكننا بعد ذلك دراسة كل متجه بشكل مستقل عن الاثنين الآخرين. في هذه المرحلة، سيكون المطلوب بدايةً هو دراسة الكميات المتجهة في بعد واحد، ثم تحليل المتجهات في بعدين.

3.2 الحركة MOTION

تعد حركة الأجسام - مثل كرة القدم والسيارة وحتى الشمس والقمر - جزءاً واضحاً من حياتنا اليومية. أصبح المفهوم الحديث للحركة واضحاً في القرنين السادس عشر والسابع عشر الميلاديين، مع مساهمات مهمة من غاليليو غاليلي (1642-1642) وإسحاق نيوتن (1642-1727)، اللذان ساعدا في صياغة الفهم الحديث للحركة.

تشمل دراسة حركة الأجسام والمفاهيم المتعلقة بالقوة والطاقة مجالا يسمى الميكانيكا، والذي ينقسم عادة إلى فرعين:

علم الحركة Kinematics	الديناميكا Dynamics
تصف حركة الأجسام من حيث الموضع والزمن دون النظر إلى أسبابها.	تصف حركة الأجسام من خلال تأثير أسبابها، مثل القوى.

سنناقش الآن الحركة الانتقالية للأجسام دون دوران، وتحديدًا في بعد واحد (على خط مستقيم).

3.2.1 الموضع POSITION

لوصف حركة جسم ما بشكل جيد، يحتاج الفيزيائيون إلى معرفة عدة كميات فيزيائية عنه، مثل موضعه وإزاحته وسرعته وتسارعه، والتي سوف ندرسها تباعاً، وسنبدأ بمعرفة ما نعنيه بالموضع.

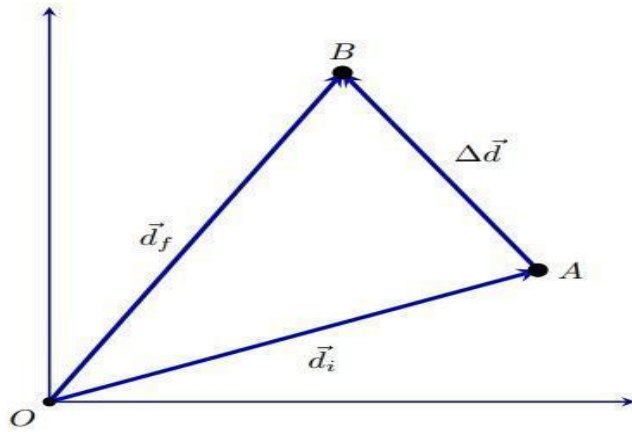
يعرف الموضع بأنه موقع جسم ما في لحظة معينة بالنسبة إلى نقطة مرجعية، غالباً ما تسمى نقطة الأصل.

3.2.2 المسافة والإزاحة DISTANCE AND DISPLACEMENT

المسافة Distance	الإزاحة Displacement	المفهوم
الطول الفعلي لمسار حركة الجسم؛ وهو كمية قياسية.	التغير في موضع الجسم في اتجاه معين؛ وهو كمية متجهة.	

الإزاحة هي متجه يربط بين نقطتي نهاية مسار الجسم. لا تعتمد الإزاحة على المسار المتخذ، ويمكن حسابها بالمعادلة:

$$\Delta \vec{d} = \vec{d}_f - \vec{d}_i \quad (7)$$



حيث:

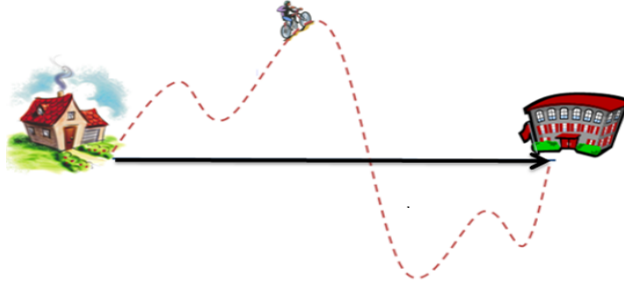
$\Delta \vec{d}$ هي الإزاحة. (m)

$\vec{d}_f$ هو متجه الموضع النهائي. (m)

$\vec{d}_i$ هو متجه الموضع الأولي. (m)

لاحظ أنه في الرسم لم يتم أخذ المسار في عين الاعتبار لحساب الإزاحة، فقط نقطتي البداية والنهاية للمسار، بينما يمكن حساب المسافة "s" فقط عن طريق حساب طول المسار الذي قطعه الجسم.

تدريب 3.1: يتحرك راكب دراجة من منزله إلى مدرسته كما هو موضح في الشكل. كيف نميز بين المسافة والإزاحة؟



تدريب 3.2 : ركض عداء حول دائرة نصف قطرها $r = 10.0 \text{ m}$. أ) بعد أن أنهى الدورة الأولى، كم كانت إزاحته ومسافته؟ ب) ماذا ستكون إزاحته ومسافته إذا ركض 10 دورات؟ ج) كم كانت إزاحته ومسافته عندما أنهى ربع دورة؟ د) وعند نصف دورة؟ هـ) وعند ثلاث أرباع دورة؟

3.2.3 السرعة والسرعة المتجهة SPEED AND VELOCITY

تقيس السرعة والسرعة المتجهة معدل حركة الجسم بالنسبة للزمن، حيث تكون السرعة كمية قياسية والسرعة المتجهة متجهها. لذلك، يمكننا تعريف التالي:

السرعة المتوسطة العددية (وتختصر عادة إلى السرعة المتوسطة): معدل تغير المسافة بالنسبة للزمن، وتحسب بالقانون.

$$\underline{v} = \frac{s}{t} \quad (8)$$

حيث:

$\underline{v}$ هي السرعة المتوسطة (ms^{-1})

s هي المسافة الإجمالية (m)

Δt هي الفترة الزمنية (s)

السرعة المتوسطة المتجهة: معدل تغير الموضع بالنسبة للزمن.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_f - \vec{d}_i}{\Delta t} \quad (9)$$

حيث:

$\vec{v}$ هي السرعة المتوسطة المتجهة (ms^{-1}).



d_i هو الموضع الأولي (m)

d_f هو الموضع النهائي (m)

$\Delta \vec{d}$ هو الإزاحة (m)

Δt هي الفترة الزمنية (s)

تدريب 3.3: إذا أكمل العداء في المثال السابق الدورة في $12.5\ s$ ، فما سرعته المتوسطة وسرعته المتجهة المتوسطة؟

3.2.4 التسارع ACCELERATION

التسارع هو معدل تغير السرعة المتجهة. وهو كمية متجهة، ويمنحنا اتجاهه فكرة عن حركة الجسم. إذا كان في نفس اتجاه السرعة، فإن الجسم يتسارع (تزيد سرعته)، وإذا كان في الاتجاه المعاكس، فإن الجسم يتباطأ (تقل سرعته).

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t} \quad (10)$$

حيث:

$\vec{a}$ هو متوسط التسارع (ms^{-2}).

$\vec{v}_i$ هي السرعة الأولية (ms^{-1}).

$\vec{v}_f$ هي السرعة النهائية (ms^{-1}).

$\Delta \vec{v}$ هو تغير السرعة (ms^{-1}).

Δt هو الزمن (s).

تدريب 3.4 : يركض أرنب على طول المحور السيني. ما اتجاه تسارعه إذا كان يتحرك (أ) في الاتجاه الموجب بسرعة متزايدة، (ب) في الاتجاه الموجب بسرعة متناقصة، (ج) في الاتجاه السالب بسرعة متزايدة، (د) في الاتجاه السالب بسرعة متناقصة؟

3.3 الحسابات البيانية GRAPHICS CALCULATIONS

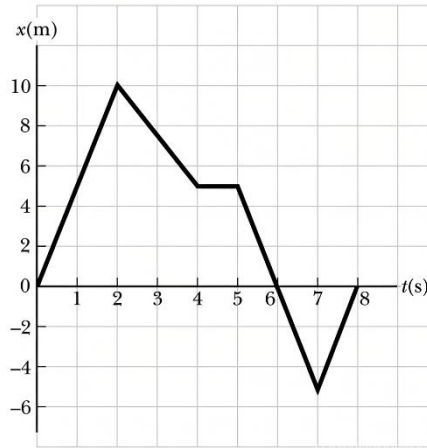
تعد المعادلات الجبرية أدوات أساسية لحل المسائل في علم الحركة، لكن التحليل البياني يوفر فهما أكثر بديهية وغنى بصريا للحركة. من خلال تفسير منحنيات ومساحات الرسوم البيانية، يمكننا استنتاج كميات أساسية مثل الإزاحة والسرعة والتسارع، ونرى كيف ترتبط ببعضها البعض.

3.3.1 الرسم البياني للموضع والزمن THE POSITION-TIME GRAPH

يوضح هذا الرسم البياني كيف يتغير موضع الجسم مع الزمن. من هذا الرسم البياني، من السهل استخلاص المسافة والإزاحة بناء على تعريفاتهما. حيث تتطلب الإزاحة النقطتين النهائييتين فقط، ويتم حساب المسافة عن طريق جمع جميع المسافات التي قطعها الجسم.

السرعة المتجهة المتوسطة هي معدل تغير الموضع، وهي ميل الرسم البياني للموضع والزمن.

تدريب 3.5 : في الرسم البياني التالي، أ) حدد الموضع عند $t = 7.0$ s ب) حدد السرعة المتوسطة والسرعة المتجهة المتوسطة في الفترة بين $t = 2.0$ s و $t = 4.0$ s ج) وأيضا في الفترة بين $t = 2.0$ s و $t = 6.0$ s



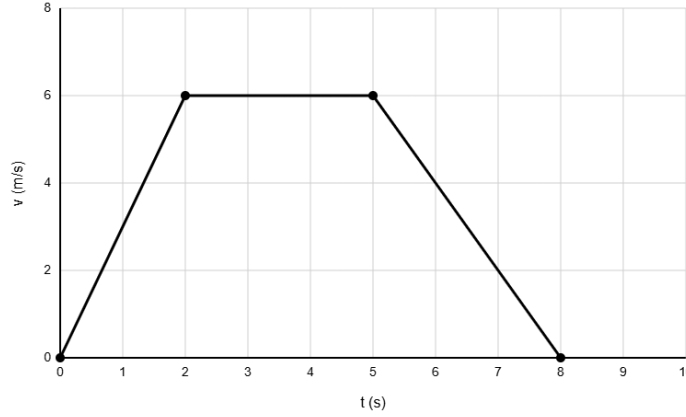
3.3.2 الرسم البياني للسرعة والزمن THE SPEED-TIME GRAPH

يوضح هذا الرسم البياني كيف تتغير السرعة مع الزمن. في هذا الرسم البياني، يمكن الحصول على المسافة بحساب المساحة تحت الرسم البياني (المساحة تساوي السرعة مضروبة في الزمن، وهي المعادلة لحساب المسافة).

تدريب 3.6: يوضح الرسم البياني التالي السرعة لجسم ما مقابل الزمن. من هذا الرسم البياني حدد:

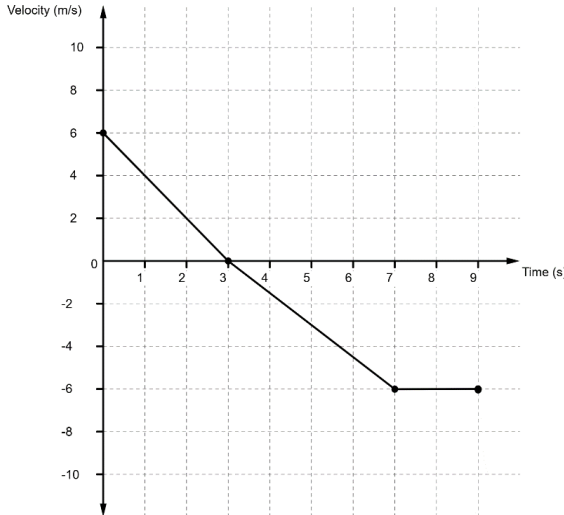
(أ) حدد السرعة عند $t = 4.0$. ب) حدد المسافة المقطوعة من $t = 0.0$ إلى $t = 8.0$.

(ج) حدد المسافة المقطوعة عندما كانت السرعة ثابتة.



3.3.3 الرسم البياني للسرعة المتجهة والزمن THE VELOCITY-TIME GRAPH

على غرار الرسم البياني للسرعة والزمن، يمكننا أن نرى السرعة وكيف تتغير مع الزمن. هذه المرة، المساحة تحت الرسم البياني هي الإزاحة. بالإضافة إلى ذلك، ميل الرسم البياني هو تغير السرعة المتجهة مقسوماً على الزمن، وهو التسارع.

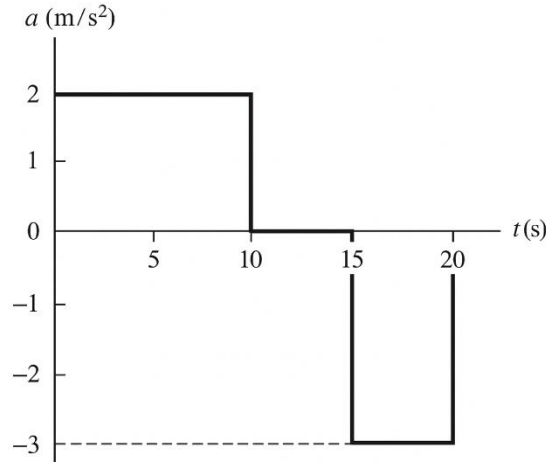


تدريب 3.7 : يوضح الرسم البياني التالي السرعة المتجهة لجسم ما مقابل الزمن. من هذا الرسم البياني، (أ) حدد السرعة المتجهة عند $t = 1.0$. (ب) في أي ثانية غير الجسم اتجاه حركته؟ (ج) احسب قيمة واتجاه التسارع المتوسط للفترة من $t = 0.0$ إلى $t = 9.0$. (د) احسب الإزاحة الكلية للجسم للفترة من $t = 0.0$ إلى $t = 7.0$.

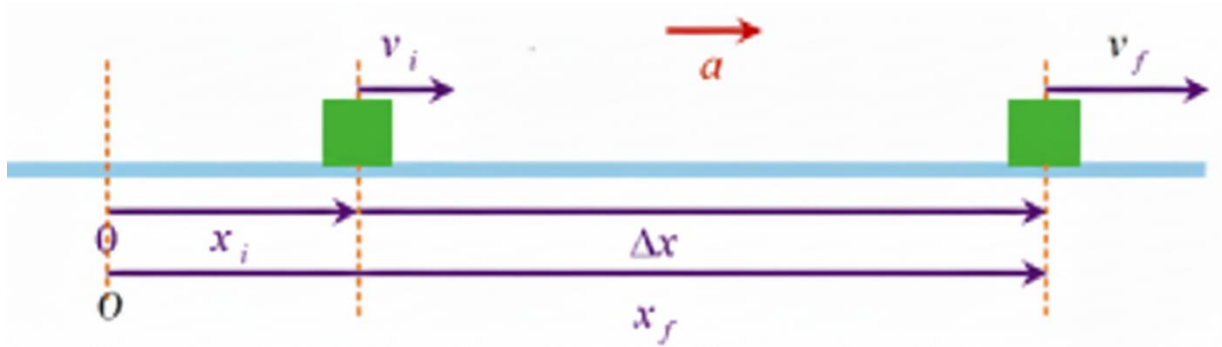
3.3.4 الرسم البياني للتسارع والزمن THE ACCELERATION-TIME GRAPH

يوضح الرسم البياني للتسارع والزمن كيف يتغير التسارع مع الزمن، وتعطي المساحة تحت المنحنى فرق السرعة المتجهة.

تدريب 3.8 : من الرسم البياني للتسارع مقابل الزمن، أ) حدد اتجاه وقية التسارع عند $t = 7.0$ s. ب) احسب التغير في السرعة المتجهة من $t = 0.0$ s إلى $t = 20.0$ s. ج) متى كانت السرعة ثابتة؟



3.4 معادلات الحركة EQUATIONS OF MOTION



كيف يمكن وصف حركة الجسم في الشكل أعلاه، والذي تحرك في خط مستقيم من الموضع على اليسار إلى الموضع على اليمين باتجاه محور وب تسارع ثابت؟ يمكن وصف حركة هذا الجسم باستخدام معادلات الحركة التالية.

$$(11) \quad v_f = v_i + at$$



$$(12) \quad \Delta x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$(13) \quad \Delta x = v_f t - \frac{1}{2} a t^2$$

$$(14) \quad v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$$

$$(15) \quad \Delta x = \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right)t$$

حيث:

O نقطة الأصل.

Δx هو الإزاحة في المحور (m) x ويمكن اختيار أي محور آخر.

x_i هو بعد الجسم الأولي عن نقطة الأصل (m)

x_f هو بعد الجسم النهائي عن نقطة الأصل (m)

v_i هي السرعة الأولية (ms^{-1})

v_f هي السرعة النهائية (ms^{-1})

a هي التسارع (ms^{-2})

t هي الزمن (s)

3.5 مهارات الحل باستخدام معادلات الحركة

1. إذا كانت الحركة في اتجاه واحد: اعتبره الاتجاه الموجب للحركة، مهما كان. وإشارات الإزاحة والسرعة والتسارع تكون موجبة في هذا الاتجاه وسالبة في الاتجاه الآخر.
2. إذا كانت الحركة في أكثر من اتجاه واحد على خط واحد: اعتبر أحد الاتجاهين موجبا (على سبيل المثال، إلى اليمين أو إلى الأعلى) والآخر سالبا (إلى اليسار أو إلى الأسفل). وإشارات الإزاحة والسرعة والتسارع موجبة في الاتجاه الموجب وسالبة في الاتجاه الآخر.
3. استخدم المعادلة المناسبة التي تكون فيها جميع الكميات معروفة باستثناء الكمية المطلوب حسابها. لاحظ أنك تحتاج إلى معرفة 3 متغيرات لتحديد المتغيرين الآخرين.
4. إذا كانت المسألة تحتوي على عدة تسارعات، فطبق المعادلات لكل مرحلة تسارع على حدة.
5. تحتاج إلى عدد من المعادلات يساوي عدد المجاهيل.



تدريب 3.9 : تقطع شاحنة مسافة 40.0 m في 8.50 s بينما تتباطأ إلى سرعة نهائية تبلغ 2.80 ms^{-1} . (أ) أوجد سرعتها الأولية. (ب) أوجد تسارعها.

3.6 السقوط الحر FREE FALL

يعتبر السقوط الحر أحد أمثلة الحركة في بعد واحد بتسارع ثابت في الطبيعة، ويعرف بأنه حركة جسم تحت تأثير جاذبية الأرض فقط، مع تجاهل مقاومة الهواء، في خط عمودي على سطح مرجعي (الأرض). عادة ما نعتبر الاتجاه إلى الأعلى هو الاتجاه الموجب. قيمة التسارع هي: $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$ أثناء الصعود والهبوط.

يمكن حساب إزاحة الجسم وسرعته في أي لحظة خلال فترة الصعود أو الهبوط، باستخدام معادلات الحركة واعتبار التسارع في معادلات الحركة على أنه $a = -g$:

$$(16) \quad v_f = v_i - gt$$

$$(17) \quad \Delta y = v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$(18) \quad \Delta y = v_f t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$(19) \quad v_f^2 = v_i^2 - 2g\Delta y$$

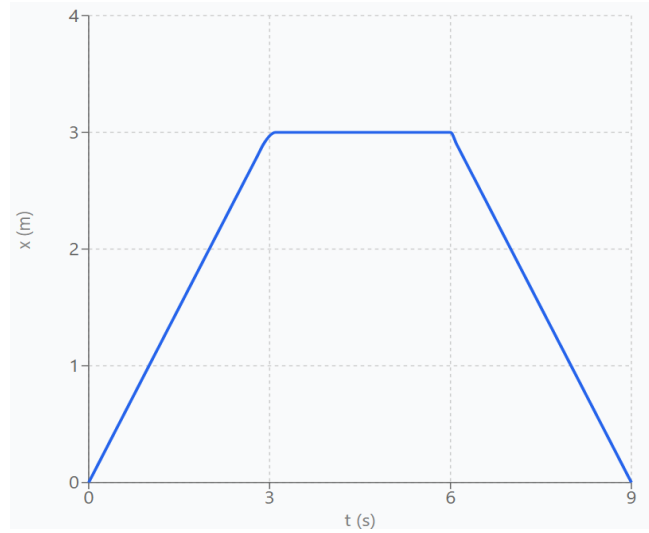
$$(20) \quad \Delta y = \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right)t$$

من المفيد أيضاً تذكر أن السرعة عند أعلى نقطة هي $v = 0$. وإلا، فسوف يرتفع الجسم أكثر.

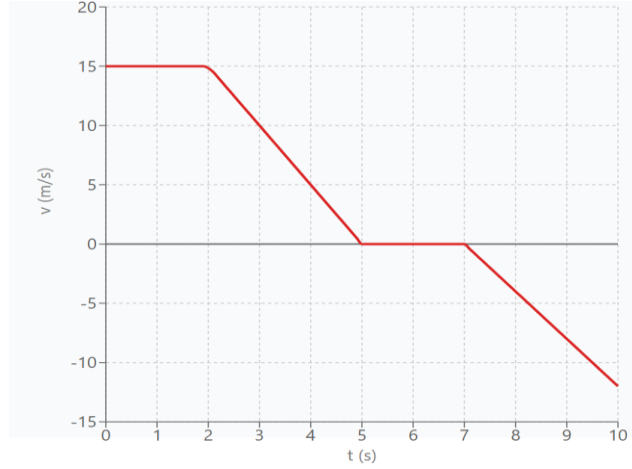
تدريب 3.10 : ألقيت كرة بجوار مبنى، ورأى رجل في المبنى الكرة من نافذته. بعد 3 ثواني، رآها مرة أخرى. هل كانت سرعة الكرة أكبر في الصعود أم في الهبوط؟ أوجد السرعة في كلتا الحالتين.

3.7 تمارين EXERCISES

1. يسير شخص ما 4 km شرقاً، ثم 3 km شمالاً. احسب المسافة الإجمالية المقطوعة ومقدار إزاحته.
2. تسير سيارة من المدينة A إلى المدينة B بسرعة ثابتة تبلغ 100 km/hr ، ثم تعود إلى المدينة A بسرعة ثابتة تبلغ 80 km/hr . احسب متوسط سرعتها ومتوسط سرعتها المتجهة خلال الرحلة بأكملها.
3. تتسارع سيارة من 20 ms^{-1} إلى 30 ms^{-1} في 5 s . ما مقدار تسارعها؟ وكم إزاحتها؟
4. يتباطأ راكب دراجة من 10 ms^{-1} إلى التوقف في 5 s . ما مقدار تسارعه؟ وكم إزاحته؟
5. يتم وصف حركة جسم ما بالرسم البياني للموضع والزمن أدناه. صف حركته بالكلمات (على سبيل المثال، سرعة ثابتة، في حالة سكون، إلخ) لكل جزء من الرسم.

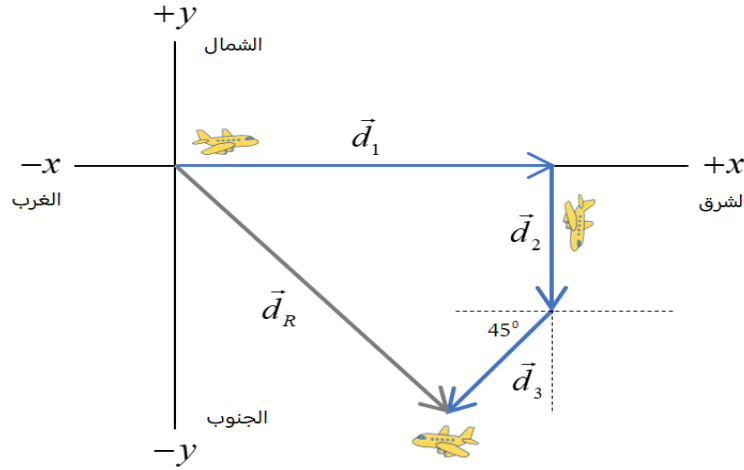


6. يصف الرسم البياني للسرعة والزمن أدناه حركة جسم ما. أوجد (أ) التسارع في كل جزء من الحركة، و(ب) الإزاحة الكلية.



7. ألقيت كرة عموديا لأعلى بسرعة أولية تبلغ 20ms^{-1} . ما الارتفاع الذي تصل إليه؟ كم من الوقت تستغرق للوصول إلى أقصى ارتفاع لها؟
8. شاحنة تتحرك بسرعة 25ms^{-1} تضغط على الفرامل وتتوقف في 10 ثواني. ما مقدار تسارعها، وما المسافة التي تقطعها خلال هذا الوقت؟
9. تتسارع سيارة بشكل منتظم من حالة السكون وتقطع مسافة 100 m في 5 ثواني. احسب تسارعها وسرعتها النهائية.
10. أقلت حجر من على منحدر وارتطم بالأرض بعد 3 ثواني. ما ارتفاع المنحدر؟
11. ألقيت كرة عموديا لأعلى بسرعة 15ms^{-1} من الأرض. احسب الوقت الذي تستغرقه للعودة إلى الأرض.
12. تتحرك سيارتان، A و B، في نفس الاتجاه. تقع السيارة A خلف السيارة B بمسافة 100m وتتسارع بينما تتحرك السيارة B بسرعة ثابتة. ضع المعادلات التي تحدد متى تلحق السيارة A بالسيارة B.
13. يتباطأ قطار بشكل منتظم من 40ms^{-1} إلى 20ms^{-1} على مسافة 200m . أوجد تسارع القطار والزمن المستغرق.
14. ارسم رسما بيانيا للسرعة والزمن لجسم يتسارع باتجاه محور x من حالة السكون، ثم يتحرك بسرعة ثابتة، ثم يتباطأ حتى يتوقف.
15. يبلغ تسارع الجاذبية على سطح القمر 1.6ms^{-2} . إذا أسقط رائد فضاء مطرقة من ارتفاع 2m ، فكم من الوقت تستغرق المطرقة لتصل إلى الأرض؟

4 المتجهات في بعدين VECTOR IN TWO DIMENSIONS



تتضمن رحلة طائرة ثلاث مراحل، الأولى 400 km باتجاه الشرق، والثانية 175 km باتجاه الجنوب، والثالثة 170 km وتصنع زاوية 45° جنوب الغرب.

ولأن الإزاحة كمية فيزيائية لها اتجاه بالإضافة إلى المقدار، فأنا مثلنا إزاحة كل مرحلة بسهم أو متجه، وهذا ساعدنا كثيراً في فهم حركة الطائرة أكثر، كما أنه سوف يساعدنا في حساب إزاحتها النهائية: $\vec{d}_R$.

يمكننا تمثيل كميات فيزيائية أخرى غير الإزاحة بمتجهات، مثل السرعة، والتسارع، والقوة، وغيرها.

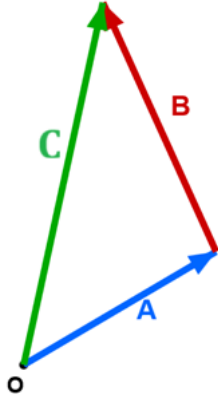
نستطيع أن نلاحظ الحركة في بعدين بشكل متكرر في حياتنا اليومية، مثلاً في طريقك من البيت إلى المدرسة لم تتحرك في خط مستقيم لكنك اتبعت مسار محدد فيه منعطفات عدة. تعلمنا سابقاً طريقة جمع المتجهات في بعد واحد، حيث كنا نجمع مقادير المتجهات إذا كانت في الاتجاه نفسه، ونطرح مقاديرها عندما تكون في اتجاهين متعاكسين. أما الآن، فسنتعلم طرق جمع المتجهات في بعدين أو ثلاثة أبعاد.

مثلاً الطائرة في الصورة السابقة تطير في أكثر من اتجاه، كيف نستطيع إيجاد محصلة إزاحتها؟

نقوم بتمثيل محصلة الإزاحة بسهم يبدأ عند نقطة بداية الرحلة وينتهي عند نقطة نهايتها.

في هذا الفصل سنتعرف على المفاهيم الأساسية للمتجهات وتطبيقاتها، وهو موضوع في غاية الأهمية في الفيزياء.

4.1 جمع المتجهات في بعدين ADDING VECTORS IN TWO DIMENSIONS



افترض جسم قطع إزاحة $\vec{A}$ ثم أتبعتها بإزاحة أخرى $\vec{B}$ ستكون النتيجة النهائية كما لو أنه تحرك من نقطة البداية إلى نقطة النهاية بشكل مستقيم والتي تمثل المتجه $\vec{C}$ (الإزاحة النهائية).

نطلق على المتجهة $\vec{C}$ المحصلة أو الجمع الاتجاهي ويمكن كتابة النتيجة كالتالي:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

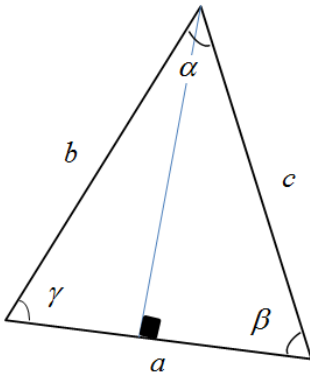
مع ملاحظة أن الجمع هنا ليس جمعاً جبرياً.

إشارات المتجهات

المتجه في المستوى الإحداثي: xy

- موجب: عندما يكون في اتجاه المحور السيني الموجب $+x$ أو المحور الصادي الموجب $+y$
- سالب: عندما يكون في اتجاه المحور السيني السالب $-x$ أو المحور الصادي السالب $-y$

4.1.1 طريقة المثلث TRIANGLE METHOD



أطوال أضلاع المثلث وزواياه موضحة في الشكل.
العلاقة التي تربط زوايا المثلث:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = \pi \text{ rad}$$

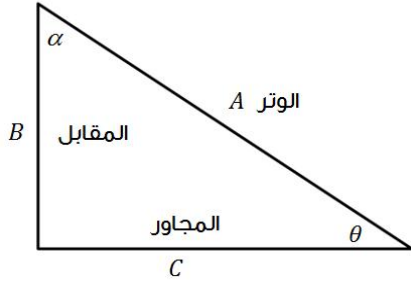
العلاقات التي تربط بين أطوال أضلاع المثلث:

$$a < b + c \quad b < a + c \quad c < a + b$$

$$C = a + b + c \quad \text{محيط المثلث:}$$

$$A = \frac{1}{2} ah \quad \text{مساحة المثلث: حيث } h \text{ هو الارتفاع}$$

4.1.2 طريقة الدوال المثلثية TRIGONOMETRIC FUNCTIONS



نستفيد من "قاعدة فيثاغورس" في إيجاد طول الضلع الثالث في مثلث قائم الزاوية بدلالة أطوال ضلعيه الآخرين، باستخدام الصيغة :

$$\text{مربع طول الوتر} = \text{مجموع مربعات طولي الضلعين القائمين}$$

$$A^2 = B^2 + C^2$$

تذكر أن الوتر هو أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية ويقابل الزاوية 90°

لكن هل يمكن استخدام طول ضلع وزاوية لإيجاد بقية أطوال اضلاع المثلث؟

يمكننا ذلك ببساطة باستخدام الدوال المثلثية، وسنكتبها للزاوية θ الموضحة في الشكل:

حيث تم تسمية الأضلاع كالتالي

B : المقابل لأنه يقابل الزاوية C : المجاور لأنه يقابل الزاوية θ أما الوتر A فلا يسمى مجاور

والدوال المثلثية الأساسية هي:

دالة الجيب	دالة جيب التمام	دالة الظل
$\sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{B}{A}$	$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{C}{A}$	$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{B}{C}$
لاحظ أن : $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$		

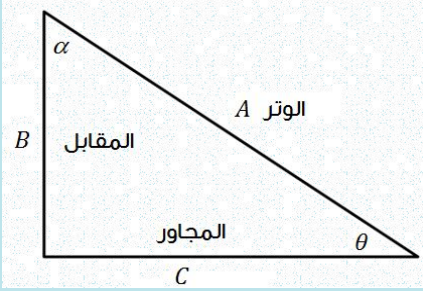
التحقق من المفهوم: اكتب الدوال المثلثية للزاوية α الموضحة في الشكل.

الزوايا الأساسية:

	0°	90°	180°	270°	30°	60°	45°
$\sin \theta$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos \theta$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan \theta$	0	∞	0	∞	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1

مثال 1-4 :

أوجد أطوال أضلاع المثلث ، إذا كان $\theta = 30^\circ$ ، $B = 6 \text{ cm}$
الحل :



$$\sin \theta = \frac{\square\square\square\square\square\square}{\square\square\square\square} = \frac{B}{A} \quad A = \frac{B}{\sin \theta} = \frac{6}{0.5}$$

$$= 12 \text{ cm}$$

$$C^2 = A^2 - B^2 = 144 - 36 = 108 \quad C = \sqrt{108}$$

$$= 10.4 \text{ cm}$$

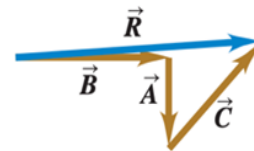
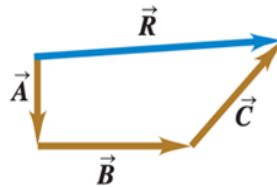
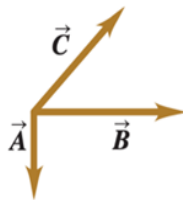
4.1.3 طريقة الجمع البياني للمتجهات GRAPHICAL ADDITION OF VECTORS

طريقة متعدد الأضلاع	طريقة متوازي الأضلاع	طريقة الذيل للرأس
$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ نرسم المتجهات توالياً بحيث ينطلق ذيل كل متجه من رأس المتجه السابق. وتكون المحصلة $\vec{d}$: متجه من أول ذيل لآخر رأس.	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ نجعل للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ذيل مشترك، و نكمل متوازي الأضلاع. وتكون المحصلة $\vec{C}$: قطر متوازي الأضلاع ولها نفس الذيل.	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ يرسم ذيل المتجه الثاني $\vec{B}$ من رأس المتجه الأول $\vec{A}$ ، وتكون المحصلة $\vec{C}$: متجه من أول ذيل إلى آخر رأس.

فكر : في الشكل السابق، ماذا لو انطلق المتجه $\vec{A}$ من رأس المتجه $\vec{B}$ ، هل نحصل على محصلة مختلفة؟

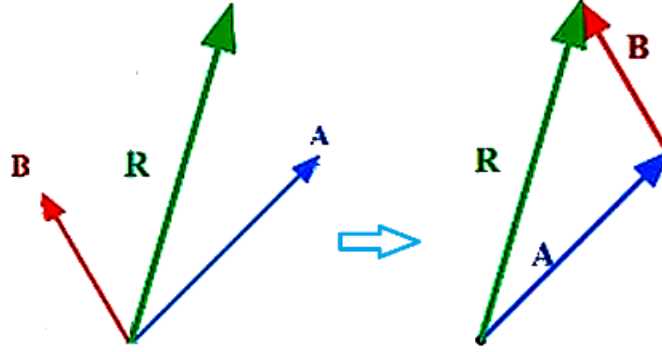
فكر : توضح الأشكال طريقتين يمكن استخدامها لإيجاد المحصلة $\vec{R}$ لثلاث متجهات $\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$

لاحظ أن طريقة ترتيب المتجهات لا تؤثر على المحصلة النهائية.



4.1.4 طريقة الذيل للرأس

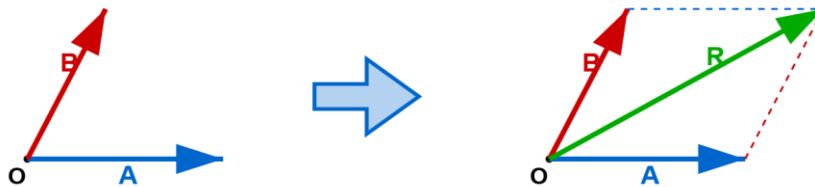
يرسم ذيل المتجه الثاني $\vec{B}$ من رأس المتجه الأول $\vec{A}$ ، وتكون المحصلة $\vec{R}$: متجه من أول ذيل إلى آخر رأس.



4.1.5 طريقة متوازي الأضلاع

نجعل للمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ذيل مشترك، ونكمل متوازي الأضلاع، وتكون المحصلة $\vec{C}$ قطر متوازي الأضلاع ولها نفس الذيل.

تحتاج تعديل الرسم واستبدال R ب C

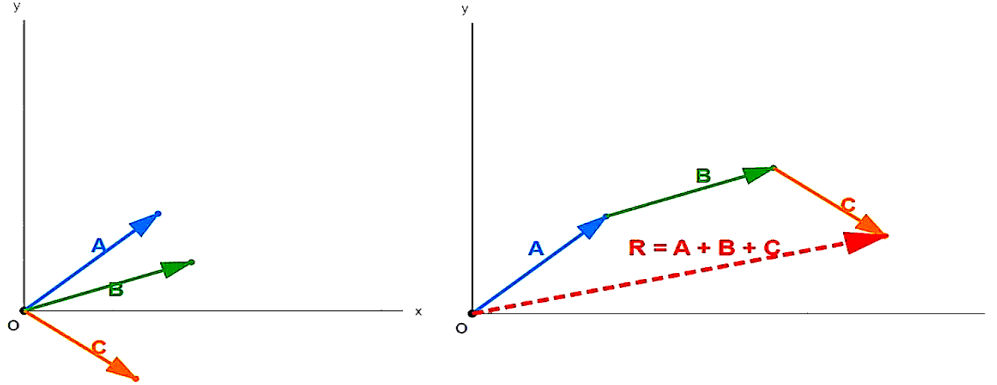


نقل المتجهات: يمكن نقل المتجه من موقع لآخر بشرط المحافظة على طوله واتجاهه.

4.1.6 طريقة متعدد الأضلاع POLYGON METHOD

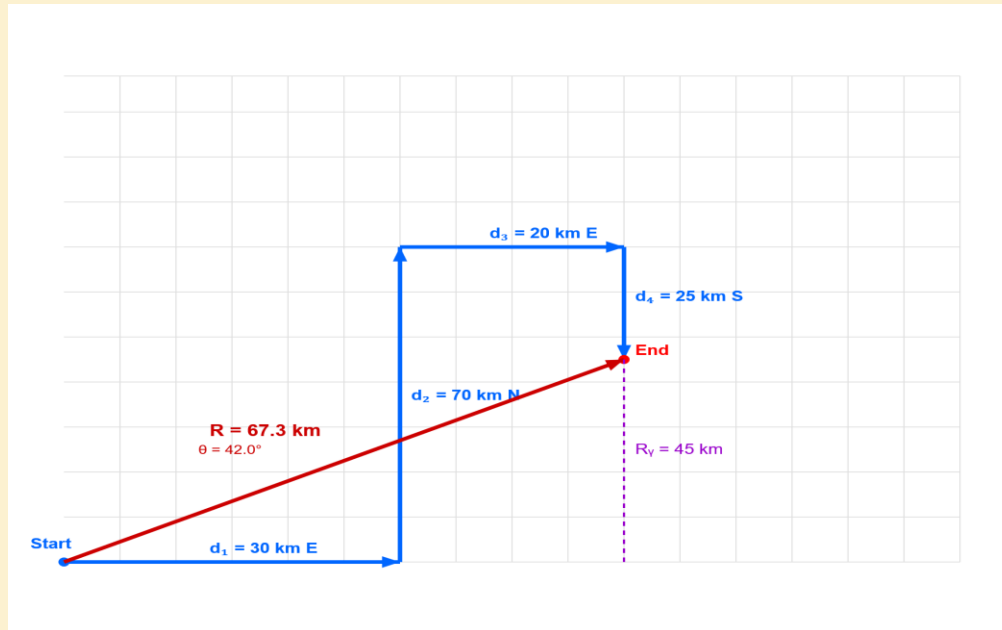
نرسم المتجهات توالياً بحيث ينطلق ذيل كل متجه من رأس المتجه السابق.

وتكون المحصلة $\vec{R}$: متجه من أول ذيل لآخر رأس.



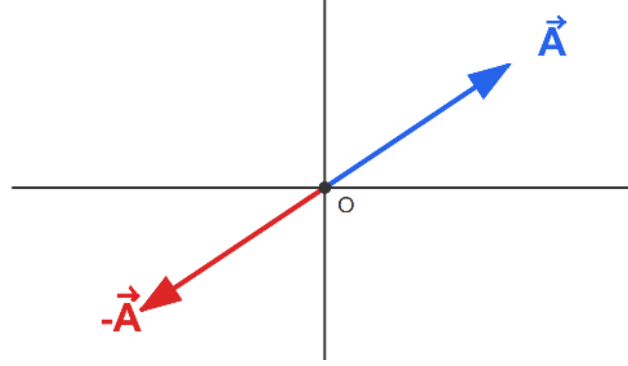
مثال 4.2: تحركت سيارة 30.0 km شرقاً ثم انعطفت 70.0 km نحو الشمال ثم انعطفت مرة أخرى نحو الشرق وقطعت 20.0 km ثم اتجهت نحو الجنوب 25.0 km . استخدم المستوي الاحداثي لتمثيل حركة السيارة ثم اوجد الازاحة.

الحل: نستخدم مقياس رسم مناسب، ونرسم المتجهات بالتتابع، ثم نرسم المحصلة ونقيس مقدارها واتجاهها.

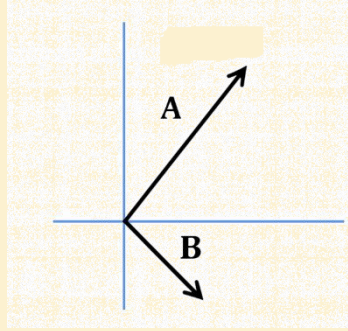




ملاحظة: المعكوس للمتجه $\vec{A}$ (سالب المتجه) يكون له نفس مقدار المتجه الأصلي $\vec{A}$ ولكن في الإتجاه المعاكس.

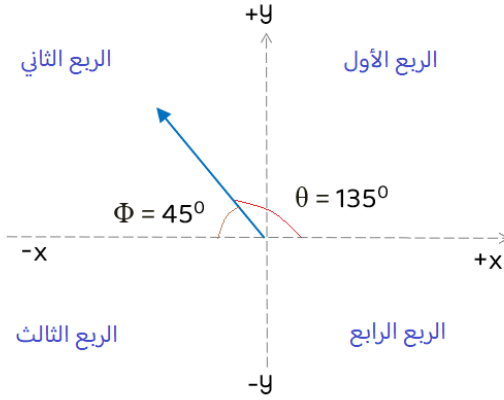


التحقق من المفهوم 4.1: ارسم: $A + B$ و $A - B$



التحقق من المفهوم 4.2: ما العلاقة بين المتجهين A و B إذا كان: $|A + B| = |A - B|$ ؟

4.2 الزاوية القياسية والزاوية المتجهة STANDARD ANGLE AND REFERENCE ANGLE



يعطى عادة زاوية للمتجه مع مقدار بدون تحديد المحور الذي تم احتسابها منه واتجاه الدوران، وفي هذه الحالة تكون الزاوية قياسية.

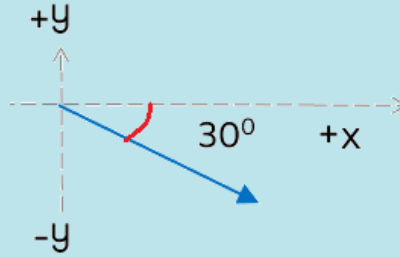
الزاوية القياسية: Standard Angle(θ)

يتم احتسابها ابتداء من محور $x+$ بعكس اتجاه عقارب الساعة.

الزاوية المرجعية: Reference Angle(Φ)

يتم احتسابها بين المتجه وأحد المحاور.

لاحظ للمتجه الموضح في الشكل، الاختلاف بين الزاوية القياسية والزاوية المرجعية، لاحظ أن الزاوية المرجعية مقاسة بين المتجه و محور $x-$ ، تم الاتفاق على تسمية أرباع المستوى الإحداثي كما في الشكل.



مثال 3-4 : احسب للمتجه الموضح في الشكل:

(a) الزاوية القياسية.

(b) الزاوية المرجعية بالنسبة لمحور $y-$

الحل:- (a) $\theta = 360^\circ$

$$30^\circ = 330^\circ$$

$$(b) \Phi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

مثال 4.4:

تحركت سيارة أولاً 3.0 km شرقاً، ثم 4.0 km شمالاً. أوجد محصلة الإزاحتين.

الحل:

نوجد المقدار باستخدام نظرية فيثاغورس

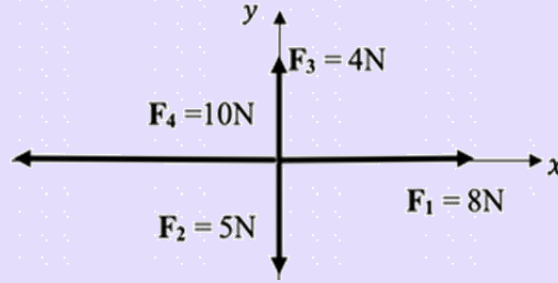
$$R = \sqrt{(3.0 \text{ km})^2 + (4.0 \text{ km})^2} = \sqrt{9.0 + 16.0} = \sqrt{25.0} = 5.0 \text{ km}$$

نوجد الاتجاه:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4.0}{3.0} \right) \approx 53.1^\circ$$

شمال الشرق

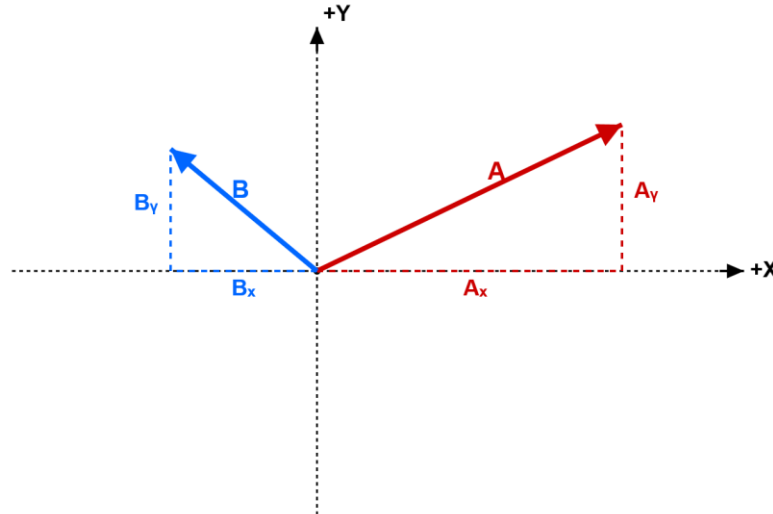
تدريب 4.1 : أوجد محصلة مجموعة القوى المستوية المعطاة في الشكل.



4.2.1 جمع المتجهات بالمركبات ADDING VECTORS BY COMPONENTS

لإيجاد محصلة المتجهات بالمركبات نستخدم الطريقة التالية:

لدينا متجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ومحصلتها $\vec{R}$ كما في الشكل.



المحصلة $\vec{R}$ لها مركبتان كالتالي:

$$R_x = A_x + B_x \quad R_y = A_y + B_y$$



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

واتجاه المحصلة:

إذا كان لديك عدد أكبر من المتجهات فكل ما عليك أن تكرر ذلك بالطريقة السابقة:

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \dots \quad R_y = A_y + B_y + C_y + \dots$$

مثال 4.5: أوجد محصلة الإزاحات التالية:

20.0m بزاوية 30.0° , 40m بزاوية 120.0° , 25.0m بزاوية 180.0° , 42.0m بزاوية 270° , 12m بزاوية 315.0°

الحل:

نستخدم الزاوية القياسية المعطاة للمتجهات لحساب المركبات الأفقية والعمودية ثم نوجد المحصلة على كل محور:

$$R_x = (20.0 \text{ m})\cos 30^\circ + (40 \text{ m})\cos 120^\circ + (25.0 \text{ m})\cos 180^\circ$$

$$+ (42.0 \text{ m})\cos 270^\circ + (12 \text{ m})\cos 315^\circ$$

$$R_x = -19.1942 \text{ m}$$

$$R_y = (20.0 \text{ m})\sin 30^\circ + (40 \text{ m})\sin 120^\circ + (25.0 \text{ m})\sin 180^\circ$$

$$+ (42.0 \text{ m})\sin 270^\circ + (12 \text{ m})\sin 315^\circ$$

$$R_y = -5.8443 \text{ m}$$

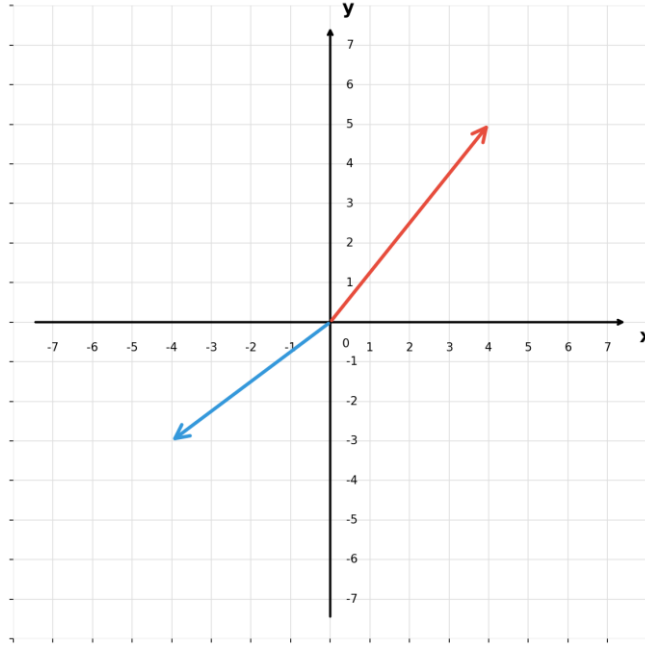
$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-19.1942 \text{ m})^2 + (-5.8443 \text{ m})^2} = \sqrt{368.43 \text{ m}^2 + 34.17 \text{ m}^2}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{402.60 \text{ m}^2} = 20.06 \text{ m} = 20.1 \text{ m}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{R_y}{R_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-5.8443 \text{ m}}{-19.1942 \text{ m}} \right) = -163.07^\circ$$

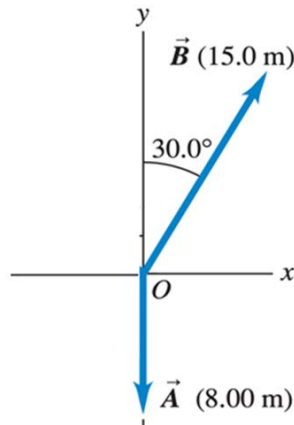
فتكون الإزاحة المحصلة 20.1m بزاوية قياسية $\theta = 197^\circ$.

تدريب 4.2 : حل كل متجه في الشكل ثم أوجد محصلة المتجهين بطريقة جمع المركبات.



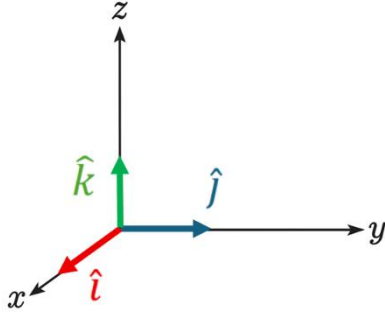
تدريب 4.3 : متجه في الربع الأول من المستوى xy ، قيمة مركبته على محور x تساوي 3 ، وقيمة مركبته على محور y تساوي 6 ، إذا دار المتجه مع عقارب الساعة في الربع الأول بحيث تضاعفت قيمة مركبته على محور x احسب قيمة مركبته على محور y

تدريب 4.4 : احسب مقدار واتجاه وارسم: $\vec{A} - \vec{B}$



4.2.2 جمع المتجهات بطريقة متجهات الوحدة VECTOR ADDITION USING UNIT VECTORS

متجهات الوحدة هي ثلاث متجهات $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ ، $\hat{k}$ مقدار كل منها 1 ،

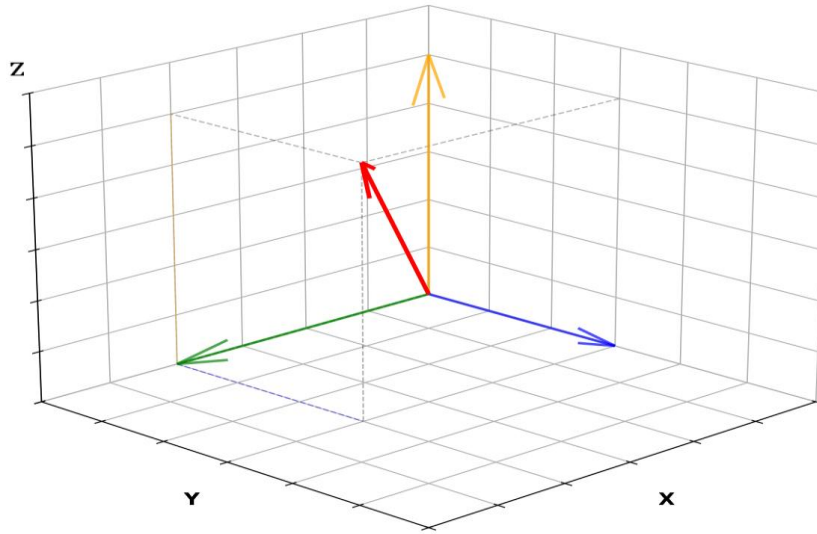


وتقع باتجاهات: $x + y + z$ ، على الترتيب. ويمكن كتابة أي متجه بدلالة متجهات الوحدة، وهذا يسهل التعامل مع المتجهات في اجراء العمليات الاتجاهية عليها. أي أننا نستفيد من متجهات الوحدة في معرفة الاتجاهات.

فمثلاً المتجه $\vec{A}$ الموضح في الشكل، يمكن كتابته بدلالة متجهات الوحدة كالتالي:

$$\vec{A}_x = A_x \hat{i}, \quad \vec{A}_y = A_y \hat{j}, \quad \vec{A}_z = A_z \hat{k}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



مثال 4.6: المركبات المتعامدة لمتجهة تسارع هي: $a_x = 6.00 \text{ m/s}^2$ و $a_y = 4.00 \text{ m/s}^2$ و $a_z = 9.00 \text{ m/s}^2$

اكتب العبارة الاتجاهية لمتجه التسارع $\vec{a}$ واحسب قيمته.

الحل:

$$\vec{a} = [6.00\hat{i} + 4.00\hat{j} + 9.00\hat{k}] \text{ (m/s}^2\text{)}$$



$$|\vec{a}| = a = \sqrt{(6^2 + 4^2 + 9^2)} \approx 11.5 \text{ m/s}^2$$

مثال 4.7: المتجه $\vec{A}$ مقداره 5.00 m ويصنع زاوية 53.1° فوق المحور $+x$ ، والمتجه $\vec{B}$ مقداره 5.00 m ويصنع زاوية 36.9° تحت المحور $+x$. إذا كان:

$$\vec{C} = \vec{A} - 2.00\vec{B}$$

1. اكتب المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بصيغة متجهات الوحدة.

2. اكتب المتجه $\vec{C}$ بدلالة متجهات الوحدة.

3. أوجد مقدار $\vec{C}$ واتجاهه بزاوية قياسية.

الحل: نحلل المتجهين إلى مركبتيهما الأفقية والرأسية:

$$\vec{A} = (5.00 \cos 53.1^\circ)\hat{i} + (5.00 \sin 53.1^\circ)\hat{j} \approx (3.00\hat{i} + 4.00\hat{j}) \text{ m}$$

وبالمثل:

$$\vec{B} = (5.00 \cos(-36.9^\circ))\hat{i} + (5.00 \sin(-36.9^\circ))\hat{j} \approx (4.00\hat{i} - 3.00\hat{j}) \text{ m}$$

نحسب المتجه $\vec{C}$:

$$\vec{C} = \vec{A} - 2.00\vec{B} = (3.00\hat{i} + 4.00\hat{j}) - 2.00(4.00\hat{i} - 3.00\hat{j}) = (-5.00\hat{i} + 10.0\hat{j}) \text{ m}$$

مقداره:

$$|\vec{C}| = \sqrt{(-5.00)^2 + (10.0)^2} = 5\sqrt{5} \approx 11.2 \text{ m}$$

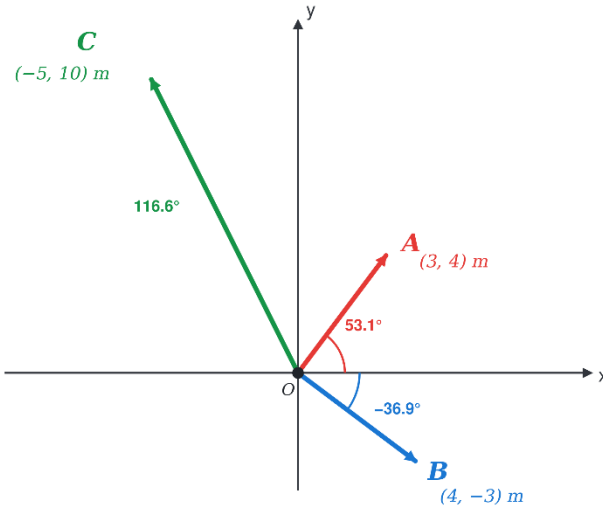
بما أن $C_x < 0$ و $C_y > 0$ ، فإن المتجه يقع في الربع الثاني. الزاوية المرجعية:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{10.0}{5.00}\right) = 63.4^\circ$$

إذن الزاوية القياسية:

$$\theta = 180^\circ - 63.4^\circ = 116.6^\circ$$

أي إن مقدار المتجه 11.2 m ، واتجاهه 116.6° عكس اتجاه عقارب الساعة من المحور $+x$.



تدريب 4.5 : إذا كان: $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ و $\vec{B} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ فأوجد:

(a) $2\vec{B} - \vec{A}$ بصيغة المركبات.

(b) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$ بحيث يحقق العلاقة:

تدريب 4.6 : أوجد الزاوية بين متجهين لهما نفس المقدار 5.0 units ، بحيث تساوي محصلتهما $[6.0\hat{j}]\text{units}$

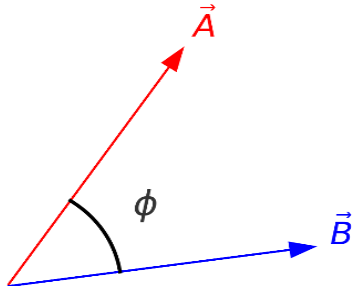
4.3 ضرب المتجهات VECTOR MULTIPLICATION

4.3.1 الضرب القياسي (SCALAR PRODUCT (DOT PRODUCT

ناتج الضرب القياسي بين المتجهين **A** و **B** هو كمية عددية، ويُعطى بالعلاقة

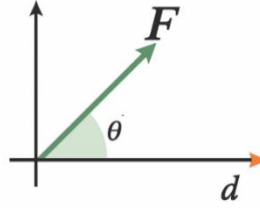
$$A \cdot B = |A||B|\cos(\theta)$$

حيث θ تمثل الزاوية بين المتجهين. وتقرأ العلامة (.) (dot product) :



مثال: الشغل هو حاصل الضرب القياسي بين متجهي القوة والإزاحة.

$$W = Fd \cos \theta$$



التحقق من المفهوم 4.3: ما تأثير الزاوية بين المتجهين على ناتج الضرب القياسي؟

الحل:

- يكون حاصل الضرب القياسي موجباً عندما تكون الزاوية بين المتجهين بين 0° و 90° .
- يكون صفراً عندما تكون الزاوية 90° . أي عندما يكون المتجهان متعامدين.
- يكون حاصل الضرب القياسي سالباً إذا كانت الزاوية بين 90° و 180° .
- يصل حاصل الضرب القياسي إلى أكبر قيمة موجبة عندما تكون الزاوية 0° .
- يصل إلى أكبر قيمة سالبة عندما تكون الزاوية 180° .

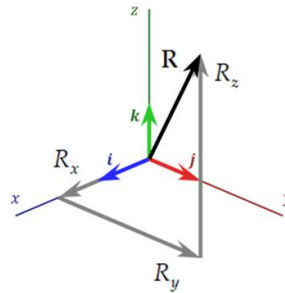
التحقق من المفهوم 4.4: هل الضرب القياسي عملية إبدالية؟

الحل: نعم، لأن الضرب عملية إبدالية

4.3.2 الضرب القياسي باستخدام متجهات الوحدة

VECTORS

بتطبيق العلاقة السابقة نحصل على:



$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = (1)(1) \cos 90^\circ = 0$$

ولذلك يمكن كتابة القانون كالتالي:

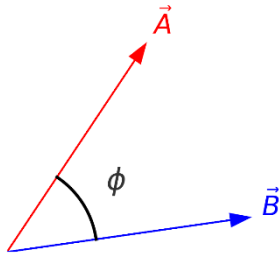
$$A \cdot B = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

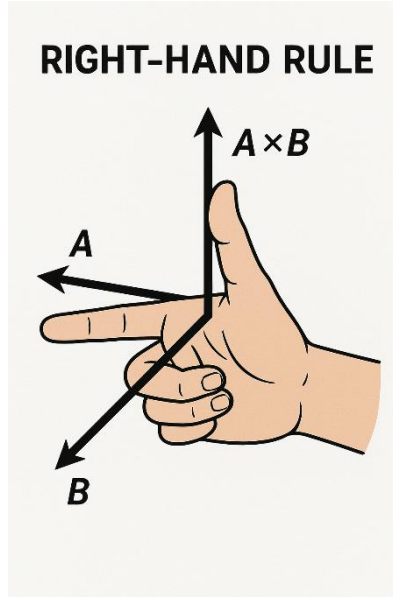
تدريب 4.7 : تؤثر قوة قيمتها $\vec{F} = (-\hat{i} + 2\hat{j})N$ على جسم فتزيجته بمقدار $\Delta\vec{x} = (2\hat{i} + 3\hat{j})m$ احسب:

(a) الشغل الناتج بواسطة القوة (b) الزاوية بين المتجهين.

4.3.3 الضرب الاتجاهي (VECTOR PRODUCT (CROSS PRODUCT



- يعطي كمية متجهة (متجه).
- مقدار المتجه: $|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin \phi$
- الزاوية الصغيرة بين المتجهين، وتقرأ العلامة (cross (×) product) :
- اتجاه المتجه الناتج: يكون عمودي على المستوى المحتوي للمتجهين، ويحدد بقاعدة اليد اليمنى.
- قاعدة اليد اليمنى:



• مثال فيزيائي: عزم الدوران

استخدم يدك اليمنى واجعل أصابعك تدور من المتجه الأول للمتجه الثاني فيشير الإبهام إلى اتجاه $\vec{C}$.

التحقق من المفهوم 4.5: هل ضرب الاتجاهي عملية إبداليه؟ ولماذا؟

4.3.4 الضرب الاتجاهي باستخدام متجهات الوحدة

لاحظ عند تطبيق العلاقة السابقة بطريقة متجهات الوحدة:

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \quad \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \quad \hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}, \quad \hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$$

كما يمكن استخدام المحددات (المصفوفات) لإيجاد حاصل الضرب الاتجاهي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

مثال 4.8: إذا كان: $\vec{A} = -2\hat{i} + \hat{k}$, $\vec{B} = -3\hat{j}$ فأوجد $\vec{A} \times \vec{B}$.



الحل:

نكتب المتجهين بصيغة المركبات:

$$\vec{A} = (01), \vec{B} = (30)$$

ثم نكتب المحدد:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

بالتوسع:

$$\vec{A} \times \vec{B} = [0(0) - 1(-3)]\hat{i} - [(-2)(0) - 1(0)]\hat{j} + [(-2)(-3) - 0(0)]\hat{k}$$

إذن:

$$\vec{A} \times \vec{B} = 3\hat{i} + 6\hat{k}$$

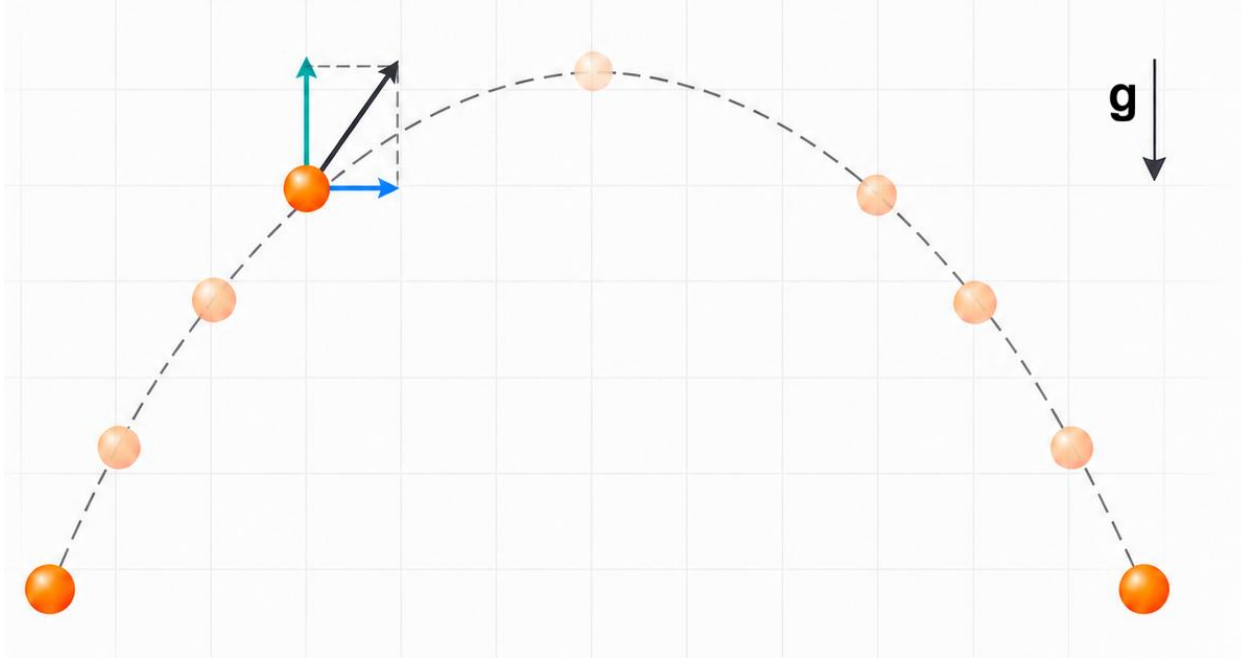
تدريب 4.8 : متجه $\vec{A}$ له مقدار 6 units في الاتجاه الموجب لمحور x ومتجه $\vec{B}$ له مقدار 4 units في المستوى xy ويصنع زاوية 30° مع محور x الموجب.

(a) اوجد $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

(b) اوجد مركبات المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

(c) اوجد الضرب الاتجاهي باستخدام المركبات ثم قارن النتيجة.

5 الحركة في بعدين MOTION IN TWO DIMENSIONS



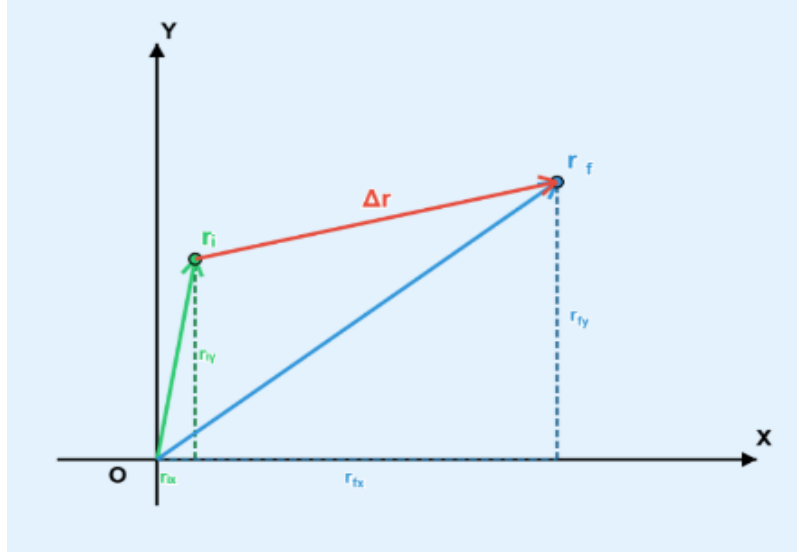
تعلمنا في الفصول السابقة وصف حركة الأجسام في بعدين واحد، حيث كانت السرعة والتسارع والإزاحة جميعها تقع على خط مستقيم. ولكن في كثير من المواقف الواقعية لا تتحرك الأجسام في اتجاه واحد فقط، بل تتحرك في أكثر من بعدين في الوقت نفسه. فمثلاً، عندما تترك كرة في الهواء، فإنها تتحرك أفقياً ورأسياً معاً، وكذلك حركة سيارة تنعطف أو قارب يتحرك في نهر له تيار جانبي.

في هذا الفصل سنتوسع في دراسة الحركة في بعدين، وسنتعلم كيف نحللها إلى حركتين مستقلتين في الاتجاهين الأفقي والرأسي باستخدام المتجهات، كما سنستخدم مفاهيم السرعة والتسارع في بعدين لوصف حركة المقذوفات، وسنرى كيف يمكن جمع المتجهات بيانياً وجبرياً لإيجاد محصلة الحركة واتجاهها.

هذه الدراسة تمثل خطوة مهمة نحو فهم أعمق لحركة الأجسام في الطبيعة، وتشكل الأساس لدراسة الديناميكا وقوانين نيوتن التي تفسر أسباب هذه الحركة.

5.1 متجهات الإزاحة والسرعة والتسارع في الحركة في بعدين

سنعيد صياغة متجهات الحركة، ونعتبر حركة جسم بين النقطتين A، B، لاحظ أنه ليس من الضروري أن يكون المسار خطاً مستقيماً.



يتحرك الجسم بين موضعين هما: r_i و r_f ، حيث نحدد مواضع الجسم بمتجهات الموضع والإزاحة التي تحركها الجسم أي (المتجه المستقيم بين الموضعين) نسميه Δr

يمكننا كتابة متجهات الموضع والإزاحة بدلالة متجهات الوحدة كالتالي:

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} \quad \vec{r}_f = x_f \hat{i} + y_f \hat{j} \quad \Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (x_f - x_i) \hat{i} + (y_f - y_i) \hat{j} = \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j}$$

تعرف السرعة المتوسطة المتجهة: بأنها الإزاحة مقسومة على الفترة الزمنية:

$$\vec{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j}$$

وتكون في اتجاه $\Delta \vec{r}$ دائماً، لأنها هي الكمية المتجهة في القسمة في المعادلة السابقة.

يعرف التسارع المتوسط بأنه: التغير في متجه السرعة اللحظية مقسوماً على الفترة الزمنية:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

ويكون في اتجاه $\Delta \vec{v}$ ، لأنها هي الكمية المتجهة في القسمة في المعادلة السابقة.



مثال: كان جمل في نقطة الأصل عند الزمن $t_1 = 0$ خلال الفترة الزمنية من $t_1 = 0$ الى $t_2 = 12.0 \text{ s}$ كانت مركبات السرعة المتوسطة للجمل على محور $x: -3.8 \text{ m/s}$ وعلى محور $y: 4.9 \text{ m/s}$

(أ) ما هي إحداثيات x و y للجمل عند $t_2 = 12.0 \text{ s}$ ؟

(ب) كم يبعد الجمل عن نقطة الأصل عند $t_2 = 12.0 \text{ s}$ ؟

الحل:

(أ)

$$x_2 = x_1 + v_x(t_2 - t_1) = 0 + (-3.8)(12.0) = -45.6 \text{ m}$$

$$y_2 = y_1 + v_y(t_2 - t_1) = 0 + (4.9)(12.0) = 58.8 \text{ m}$$

موضع الجمل النهائي $(-45.6 \text{ m}, 58.8 \text{ m})$

(ب)

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2)} = \sqrt{((-45.6)^2 + (58.8)^2)} = 74.4 \text{ m}$$

تدريب 5.1 : طائر له الإحداثيات $(11.1 \text{ m}, 3.4 \text{ m})$ عند الزمن $t_1 = 0$ واحداثيات $(15.3 \text{ m}, -0.5 \text{ m})$ عند الزمن $t_2 = 3.0 \text{ s}$. اوجد لهذه الفترة الزمنية: (أ) مركبات السرعة المتوسطة. (ب) مقدار واتجاه السرعة المتوسطة.

5.2 الحركة في بعدين بتسارع ثابت

لتبسيط التعامل مع هذا النوع من الحركة سنستخدم مبدأ استقلال الحركة على كل بعد. وهذا يعني ان الحركة على محور x مستقلة عن الحركة على محور y ولا يؤثر أحدهما على الآخر، ولكن تشترك الحركتان في الزمن.

سنستخدم معادلات الحركة ورياضيات المتجهات التي تعلمناها في موضوع الحركة في بعد واحد، ونطبقها على الحركة في بعدين.



الحركة على محور y	الحركة على محور x
$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$
$\Delta y = v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2$	$\Delta x = v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$
$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2 a_y \Delta y$	$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2 a_x \Delta x$
$\Delta y = \left(\frac{v_{yf} + v_{yi}}{2} \right) t$	$\Delta x = \left(\frac{v_{xf} + v_{xi}}{2} \right) t$
$\Delta y = v_{yf} t - \frac{1}{2} a_y t^2$	$\Delta x = v_{xf} t - \frac{1}{2} a_x t^2$

مثال: يبدأ جسيم حركته من نقطة الأصل عند $t = 0$ بسرعة ابتدائية مركبتها في اتجاه x تساوي 20.0 m/s ومركبتها في اتجاه y تساوي -15 m/s ، يتحرك الجسيم في المستوى xy بمركبة للتسارع في اتجاه x فقط تعطى بالعلاقة: $a_x = 4.0 \text{ m/s}^2$

(1) أوجد مركبات السرعة المتجهة وقيمتها واتجاهها عند $t = 5.0 \text{ s}$

(2) أوجد الإحداثيات x و y للجسيم عند $t = 5.0 \text{ s}$

(3) اكتب إزاحة الجسيم بدلالة متجهات الوحدة واحسب قيمتها واتجاهها.

الحل:

(1) السرعة المتجهة ومقدارها واتجاهها

مركبتا السرعة:

$$v_x = v_{0x} + a_x t = 20.0 + 4.0(5.0) = 40.0 \text{ m/s} \quad v_y = v_{0y} + a_y t = -15.0 + 0 = -15.0 \text{ m/s}$$

إذن السرعة المتجهة:

$$\vec{v} = (40.0\hat{i} - 15.0\hat{j}) \text{ m/s}$$

مقدارها:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(40.0)^2 + (-15.0)^2} \quad |\vec{v}| = 42.7 \text{ m/s}$$



زاوية الاتجاه:

$$\theta_v = \tan^{-1} \left(\frac{|v_y|}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{15.0}{40.0} \right) = 20.6^\circ$$

ولأن $v_x > 0$ و $v_y < 0$ ، فإن اتجاه السرعة:

$$20.6^\circ \square\square\square\square\square\square + x$$

(2) إحداثيا موضع الجسم

بما أن الجسم بدأ من نقطة الأصل:

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 20.0(5.0) + \frac{1}{2}(4.0)(5.0)^2 = 150 \text{ m}$$

وفي اتجاه y:

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (-15.0)(5.0) + 0 = -75.0 \text{ m}$$

إذن إحداثيا الجسم هما:

$$(y) = (-75.0) \text{ m}$$

(3) متجه الإزاحة ومقداره واتجاهه

لأن الجسم بدأ من نقطة الأصل، فإن الإزاحة تساوي الموضع النهائي:

$$\Delta \vec{r} = (150\hat{i} - 75.0\hat{j}) \text{ m}$$

مقدار الإزاحة:

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{(150)^2 + (-75.0)^2} = 167.7 \text{ m}$$

زاوية اتجاه الإزاحة:

$$\theta_r = \tan^{-1} \left(\frac{|\Delta y|}{\Delta x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{75.0}{150} \right) = 26.6^\circ$$

ولأن $\Delta x > 0$ و $\Delta y < 0$ ، فإن اتجاه الإزاحة:

$$26.6^\circ \square\square\square\square\square\square + x$$



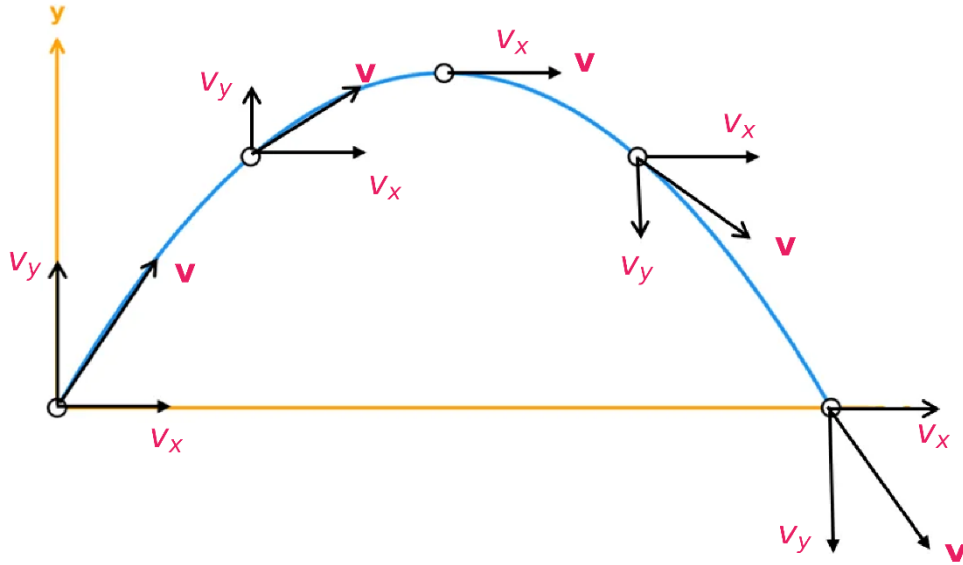
تدريب 5.2 : تتحرك سيارة على سطح أفقي بسرعة ابتدائية: $\vec{v}_i = (3\hat{i} - 5\hat{j}) \text{ m/s}$ من الموقع: $\vec{r}_i = (15\hat{i} - 7\hat{j}) \text{ m}$ إذا كان التسارع $\vec{a} = (2\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}^2$ اوجد بعد مرور 10 s (أ) مقدار واتجاه السرعة. (ب) موقع السيارة.

التحقق من المفهوم 5.1: السرعة اللحظية لجسيم يتحرك في مسار دائري مركزه نقطة الأصل: $\vec{v} = (2\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ m/s}$ في أي ربع يتحرك الجسيم إذا كان يتحرك (أ) في اتجاه عقارب الساعة و (ب) عكس اتجاه عقارب الساعة حول الدائرة؟ في الحالتين ارسم متجه السرعة ومتجه الموقع.

6 حركة المقذوفات PROJECTILE MOTION



هي حركة في بعدين: x و y ، ويتخذ المقذوف مسار قطع مكافئ، مثل حركة كرة القدم. القوة الوحيدة المؤثرة هي قوة الجاذبية الأرضية، والتسارع الوحيد المؤثر هو عجلة الجاذبية الأرضية g . كان جاليليو أول من وصف حركة المقذوفات بدقة، وبين أنه يمكن فهمها بتحليلها إلى حركتين أفقية ورأسية. سنهمل مبدئياً مقاومة الهواء في تحليلنا لحركة المقذوف، ونفترض أنه يطلق بسرعة ابتدائية v_i وينطلق بزاوية ابتدائية θ مع الأفق.



الحركة على محور Y	الحركة على محور X
- التسارع العمودي: $a_y = -g$ - السرعة العمودية الابتدائية: v_{yi} $v_i \sin \theta$ - السرعة العمودية متغيرة: تتناقص صعوداً، حتى تصبح صفراً عند أقصى ارتفاع، ثم تزداد أثناء الهبوط. - تكون السرعات العمودية موجبة أثناء الصعود، وسالبة أثناء الهبوط. - الإزاحة العمودية عند زمن t:	- التسارع الأفقي: $a_x = 0$ - السرعة الأفقية الابتدائية: v_{xi} $v_i \cos \theta$ - السرعة الأفقية (ثابتة): $v_x = v_{xi}$ - الإزاحة الأفقية عند أي لحظة زمنية $\Delta x = v_{xi} t$ - المدى Range: $R = v_x t_f$ حيث: t_f زمن التحليق
$\Delta y = \frac{v_{yf} + v_{yi}}{2} t$ أو $\Delta y = v_{yi} t - \frac{1}{2} g t^2$	

ملاحظات مهمة:

- نطبق معادلات السقوط الحر، لحساب كميات الحركة العمودية، ويكون التسارع دائماً على المحور Y هو تسارع الجاذبية الأرضية g .

- المشترك بين الحركتين الأفقية والعمودية (السقوط الحر) هو زمن التحليق t
- عند قذف جسم من قمة جرف بسرعة أفقية ابتدائية يتخذ مسار نصف قطع مكافئ.

توجيهات عند حل المسائل لحركة المقذوفات:

- اختار نظام الإحداثيات وحل متجه السرعة الابتدائية إلى مركبتها في اتجاهي x و y
- اتبع الطرق المستخدمة في حل مسائل السرعة الثابتة لتحليل الحركة الأفقية، واتبع طرق حل مسائل العجلة الثابتة لتحليل الحركة الرأسية.
- تشترك الحركة لاتجاهي x و y في نفس زمن الطيران.

مثال: ركل لاعب كرة قدم بقدمه بزاوية $\theta_0 = 37.0^\circ$ فوق الأفقي وبسرعة مقدارها 20.0 m/s . احسب ما يلي:

(أ) أقصى ارتفاع.

(ب) الزمن اللازم حتى تصطدم الكرة بالأرض.

(ج) المدى الأفقي الذي قطعته الكرة قبل اصطدامها بالأرض.

(د) متجه السرعة عند أقصى ارتفاع.

(هـ) متجه التسارع عند أقصى ارتفاع.

افتراض أن الكرة غادرت سطح الأرض وأن مقاومة الهواء ودوران الكرة مهملة.

الحل: نحلل السرعة الابتدائية إلى مركبتها:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos \theta_0 = 20.0 \cos 37.0^\circ = 15.97 \text{ m/s} \\ v_{0y} &= v_0 \sin \theta_0 \\ &= 20.0 \sin 37.0^\circ = 12.04 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(أ) أقصى ارتفاع

$$v_y^2 = v_{(0y)}^2 - 2gH$$



عند أقصى ارتفاع تكون $v_y = 0$ ، ولذلك:

$$H_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(12.04)^2}{2(9.80)} H_{max} = 7.39 \text{ m}$$

(ب) الزمن الكلي للطيران

لأن الكرة عادت إلى مستوى الإطلاق نفسه فإن زمن الصعود = زمن الهبوط

$$T = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2(12.04)}{9.80} T = 2.46 \text{ s}$$

(ج) المدى الأفقي:

أفقياً التسارع صفر، فالسرعة الأفقية ثابتة طوال زمن الطيران

$$R = v_{(0x)}T = (15.97)(2.457) = 39.24 \text{ m}$$

(د) متجه السرعة عند أقصى ارتفاع

عند أقصى ارتفاع:

$$v_x = 15.97 \text{ m/s}, v_y = 0$$

إذن:

$$\vec{v}_{top} = 16.0\hat{i} \text{ m/s}$$

أي إن سرعة الكرة أفقية تمامًا.

(هـ) متجه التسارع عند أقصى ارتفاع

يبقى تسارع الكرة ثابتاً طوال الحركة:

$$\vec{a} = -9.80\hat{j} \text{ m/s}^2$$

أي إن التسارع رأسي نحو الأسفل.

تدريب 6.1 : قذفت كرة من سطح أفقي بحيث كانت مركبتها الرأسية والأفقية للسرعة 40.0 m/s و 20 m/s على الترتيب بإهمال مقاومة الهواء، احسب الزمن الكلي للطيران والمسافة التي تسقط عندها الكرة مقاسة من نقطة بدايتها.

تدريب 6.2 : افرض أن لاعب كرة القدم في التدريب السابق قد ركل الكرة بقدمه وهي على ارتفاع 1.00 m عن سطح الأرض، ما المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة قبل أن تصطدم بالأرض.

تدريب 6.3 : استنتج المعادلات التالية:

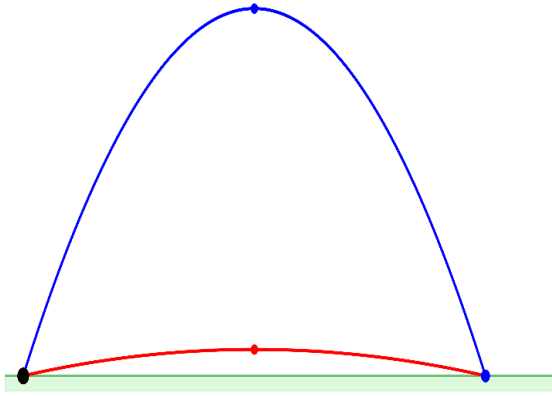
$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g} \quad h_{\max} = \frac{v_i^2 \theta_i}{2g}$$

ملاحظة: (نعوض عن g فيهما بإشارة موجبة)

فكر 6.1: ماهي الزاوية التي تعطى أقصى مدى للمقذوف؟

ملاحظة مهمة:

يمكن الوصول لنفس المدى باستخدام نفس السرعة الابتدائية من خلال الزوايا المتممة لبعضها مثل 15° و 75° ولكن يختلف أقصى ارتفاع وزمن التحليق الكلي.



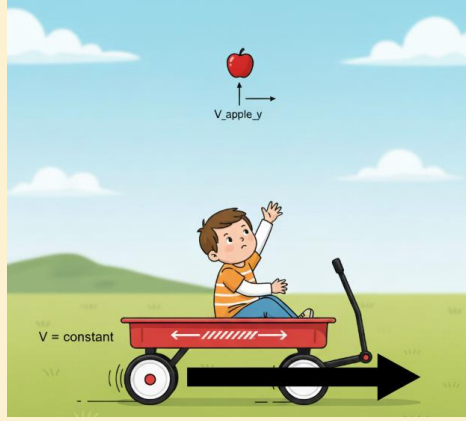
فكر 6.2: أيهما يستغرق وقتاً أطول في الطيران، القذف بزاوية 15° أو 75° ، ولماذا؟

التحقق من المفهوم 6.1: عليك أن تطلق صاروخاً من فوق الأرض. مع أحد متجهات السرعة الأولية التالية:

$$(1) \vec{v}_i = 20\hat{i} + 70\hat{j} \quad (2) \vec{v}_i = -20\hat{i} + 70\hat{j} \quad (3) \vec{v}_i = 70\hat{i} + 20\hat{j}$$

رتب المتجهات وفق وقت طيران القذيفة من الأكبر للأصغر.

التحقق من المفهوم 6.2: يجلس طفل في عربة تتحرك بسرعة ثابتة إلى اليمين كما في الشكل. فإذا قذف الطفل التفاحة إلى أعلى في أثناء سير العربة، وإذا أهملنا مقاومة الهواء، فأين ستسقط التفاحة بالنسبة للعربة: (أ) خلفها أم (ب) فيها (ج) أمامها.



مثال: قذف حجر من قمة مبنى إلى أعلى بزاوية 30.0° مع الأفقي، وبسرعة ابتدائية تساوي 20.0 m/s إذا كان ارتفاع المبنى 45.0 m

(a) ما الزمن اللازم للحجر لكي يرتطم بالأرض.

(b) ماهي السرعة المطلقة للحجر قبل أن يرتطم بالأرض مباشرة؟

الحل:

المعطيات

$$h = 45.0 \text{ m}, v_i = 20.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \theta = 30.0^\circ, g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

(أ)

$$y = v_{iy}t - (1/2)gt^2$$

باعتبار نقطة انطلاق الحجر عند قمة المبنى هي نقطة الاسناد $y_0 = 0$ تكون الإزاحة النهائية للحجر

$$y = -45.0 \text{ m}$$

$$v_{iy} = v_i \sin(30^\circ) = 20 \times 0.5 = 10.0 \text{ m/s}$$

$$\text{بالتعويض: } -45.0 = 10.0t - 4.9t^2$$

$$\Rightarrow 4.9t^2 - 10.0t - 45.0 = 0$$

نستخدم طريقة المميز لحل معادلات الدرجة الثانية مع تجاهل القيمة السالبة.

$$t = 10 \pm \sqrt{\frac{10^2 + (4 \times 4.9 \times 45)}{2 \times 4.9}}$$

$$t = 4.23 \text{ s (نهمل الحل السالب)}$$

(ب)

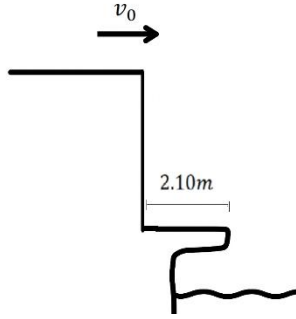
$$v_{fy} = v_{iy} - gt = 10.0 - 9.8 \times 4.23 = -31.45 \text{ m/s}$$

$$(\square\square\square\square): v_x = v_i \cos(30^\circ) = 20 \times 0.866 = 17.32 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{(v_x^2 + v_{fy}^2)} = \sqrt{(17.32^2 + 31.45^2)} = 35.9 \text{ m/s}$$

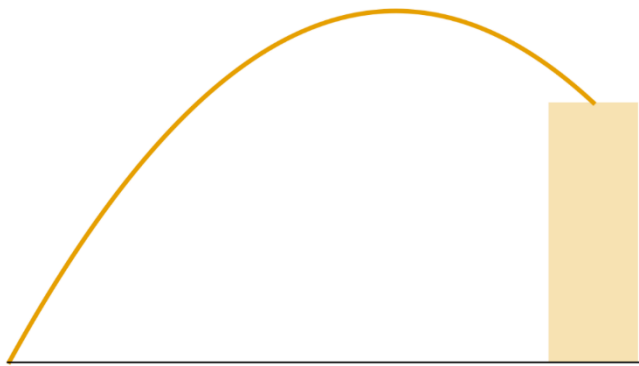
تدريب 6.4 : من استنتاجات جاليليو أن الجسم الذي يقذف أفقياً يصل إلى الأرض في الوقت نفسه مع الجسم الذي يسقط سقوطاً حراً إلى الأسفل. كيف تثبت ذلك؟

التحقق من المفهوم 6.3: إذا تدرجت كرتان على سطح طاولة بسرعتين مختلفتين، ثم سقطتا من سطح الطاولة في الوقت نفسه، أيهما سيصطدم بالأرض أولاً؟



تدريب 6.5 : يقفز سباح من حافة افقية كما في الشكل. ما الحد الأدنى للزخم لسرعته عندما يغادر الحافة حتى يتفادي الاصطدام بالحافة السفلية التي عرضها 2.10 m وتبعد عن الحافة العلوية 8.00 m

تدريب 6.6 : يُطلق مقذوف صغير من مستوى الشارع نحو مبنى مرتفع بسرعة أولية مقدارها 38.0 m/s بزاوية $\theta_0 = 55.0^\circ$ فوق الأفقي. يسقط الحجر على سطح المبنى المستوي بعد 4.80 s من إطلاقه. مع إهمال مقاومة الهواء، أوجد:



(1) ارتفاع السطح فوق مستوى الشارع.

(2) سرعة الحجر قبل أن يلامس السطح مباشرة.

(3) أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر فوق مستوى الشارع.

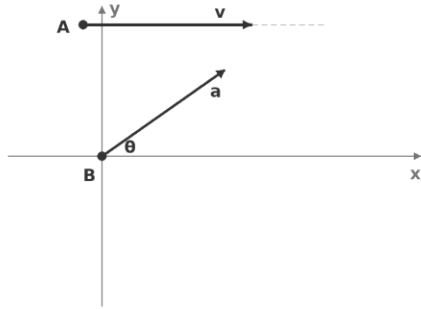


تدريب 6.7 : يقف لاعب كرة سلة على بعد $8.0m$ أفقياً عن السلة. إذا رمى الكرة بزاوية 35° فوق الأفقي من ارتفاع $2.2 m$ ، فما السرعة الابتدائية اللازمة لكي تمر الكرة من خلال حلقة السلة التي ارتفاعها $3.0 m$ مباشرة؟

تدريب 6.8 : تتحرك طائرة مسيّرة أفقياً بسرعة ثابتة مقدارها $3.0 m/s$ على ارتفاع $30.0 m$ فوق سطح الأرض. إذا قامت منصة دفاع صاروخي بإطلاق صاروخ لاعتراض الطائرة في اللحظة التي تمرّ فيها الطائرة مباشرة فوق المنصة، فبأي زاوية θ عن المحور الرأسي ($y +$) يجب إطلاق الصاروخ ليصيب الطائرة، علماً بأن مقدار تسارع الصاروخ ثابت في أي اتجاه ويساوي $\frac{0.40m}{s^2}$ ؟



6.1 أسئلة إضافية ADDITIONAL PROBLEMS



سؤال 1: طائرة درون تتحرك أفقياً بسرعة ثابتة مقدارها 3.0 m/s على ارتفاع 30.0 m فوق سطح الأرض، إذا أطلقت منصة دفاع صاروخاً لاعتراض الطائرة في اللحظة التي مرت فيها الطائرة فوق المنصة مباشرة، ما الزاوية θ مع العمودي y التي يجب إطلاق الصاروخ بها حتى يصيب الطائرة، إذا انطلق الصاروخ من السكون وكان مقدار تسارعه $\frac{0.40 \text{ m}}{\text{s}^2}$ ثابتاً في أي اتجاه يوجه إليه؟

سؤال 2: طائرة نفثة تحلق على ارتفاع ثابت عند الزمن $t_1 = 0$ كانت مركبات السرعة: $v_{xi} = 50 \text{ m/s}$

و $v_{yi} = 80 \text{ m/s}$ وعند الزمن $t_2 = 30.0 \text{ s}$ كانت المركبات: $v_{xf} = -80 \text{ m/s}$ و $v_{yf} = 40 \text{ m/s}$

(1) ارسم متجهة السرعة عند الزمن t_1 و t_2

(2) أوجد مركبات التسارع المتوسط.

(3) أوجد مقدار واتجاه التسارع المتوسط.

سؤال 3: بدأ جسيم حركته من نقطة الأصل عند $t = 0$ بسرعة ابتدائية $(8.0\hat{j}) \text{ m/s}$ وتحرك على مستوى xy بتسارع ثابت $(4\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ m/s}^2$ ، في اللحظة التي يكون الاحداثي x للجسيم $x_f = 30 \text{ m}$ فما هي قيمة الاحداثي y_f ؟

سؤال 4: انطلق جسم من نقطة الأصل عند الزمن $t = 0$ بتسارع ثابت وبسرعة ابتدائية $\vec{v}_i = (9.00\hat{i} + 7.00\hat{j}) \text{ m/s}$ ، عند الزمن $t = 3.00 \text{ s}$ أصبحت سرعة الجسم $\vec{v}_f = (3.00\hat{i} - 2.00\hat{j}) \text{ m/s}$ احسب:

(أ) تسارع الجسيم.

(ب) متجه الموضع بدلالة الزمن.

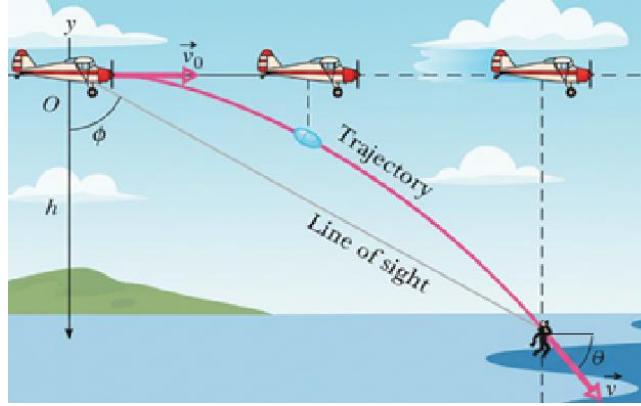
سؤال 5: يوضح الشكل سفينة قراصنة تبعد 450 m من حصن يدافع عن مدخل المرفأ، مدفع للدفاع يقع على مستوى سطح البحر، يطلق القذائف بسرعة أولية $(av_0 = 75 \text{ m/s})$ بأي زاوية من الأفقي يجب إطلاق القذائف لتضرب السفينة. (b) ما هو أقصى مدى لقذائف المدفع؟



سؤال 6: تحلق طائرة إنقاذ بسرعة ثابتة 62.0 m/s على ارتفاع ثابت $h = 6.00 \times 10^2 \text{ m}$ باتجاه نقطة تقع مباشرة فوق المصاب، حيث تهبط كبسولة الإنقاذ.

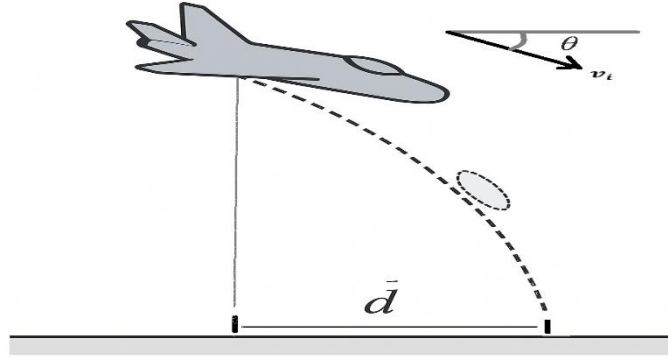
(أ) ما هي زاوية خط رؤية الطيار للضحية ϕ عند تحرير الكبسولة؟

(ب) عندما تصل الكبسولة إلى الماء. اكتب سرعتها بدلالة متجهات الوحدة واحسب قيمتها واتجاهها.



سؤال 7: طائرة تبلغ سرعتها 320.0 km/h تحلق بزاوية $\theta = 35.0^\circ$ تحت الأفقي عندما يطلق الطيار شرك رادار. المسافة الأفقية بين نقطة الإطلاق والنقطة التي يصطدم فيها الشرك بالأرض هي $d = 850 \text{ m}$.

(a) ما هي مدة تحليق الشرك في الهواء؟ (b) ما ارتفاع نقطة الإطلاق؟



سؤال 8: يوجه رجل إطفاء تياراً من الماء من خرطوم يرتفع 1.20 m فوق سطح الأرض. يخرج الماء من الفوهة بسرعة 24.0 m/s بزاوية 35° فوق الأفقي. يقع جدار مبنى على بعد 10.0 m أفقيًا من الفوهة. على أي ارتفاع فوق سطح الأرض سيصطدم الماء بالجدار؟

سؤال 9: مقذوفان أطلقا عند نفس اللحظة بزاويتين مختلفتين هما 30° و 60° ، ماهي النسبة بين سرعتيهما الابتدائية، إذا قطعاً نفس المسافة الأفقية في نفس الوقت (خلال الحركة)؟

سؤال 10: أقصى مسافة أفقية يستطيع طفل أن يرمي كرة إليها هي 40.0 m ، ماهي أقصى مسافة رأسية يستطيع الطفل قذف الكرة إليها، افرض أن قوة عضلات الطفل تعطي الكرة نفس السرعة في الحالتين.



7 اختبار تجريبي SIMULATION TEST

س1: ما هو المقاس المنطقي لحُببية رمل من بين الخيارات التالية؟

a. 1 m

b. 2 cm

c. 1 mm

d. $1\text{ }\mu\text{m}$

س2: الإلكترون فولت (eV) هي وحدة طاقة تُستخدم عند التعامل مع الأنظمة المجهرية. وحدة الإلكترون فولت (1 eV) تعادل $1.6 \times 10^{-19}\text{ J}$. الطاقة اللازمة لتأيين ذرة الهيدروجين هي $2.18 \times 10^{-18}\text{ J}$. عبّر عن هذه الطاقة بوحدة (eV)

a. 73.4 eV

b. 13.6 eV

c. $3.5 \times 10^{-35}\text{ eV}$

d. 0.1 eV

س3: $V_0 = 270\text{ ml}$ من الماء يتم صبها في وعاء زجاجي ثم يتم تجميدها. ما هو الحد الأدنى لحجم الوعاء V بحيث لا يتحطم الوعاء عندما يتحول الماء إلى ثلج؟ كثافة الماء هي 1.00 g/cm^3 وكثافة الثلج هي 0.917 g/cm^3

a. 247 ml

b. 270 ml

c. 294 ml

d. 1000 ml

س4: يطفو جسم بحيث يكون $1/4$ من حجمه خارج السائل عند وضعه في السائل A، ويكون $1/2$ من حجمه خارج السائل عند وضعه في السائل B. كثافة السائل A هي ρ_A ، احسب كثافة السائل B.

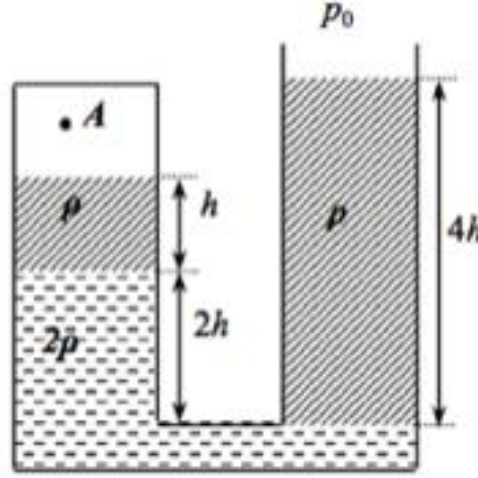
a. $\rho_B = \frac{1}{2}\rho_A$

b. $\rho_B = 2\rho_A$

c. $\rho_B = \frac{3}{2}\rho_A$

d. $\rho_B = \frac{2}{3}\rho_A$

س5: احسب ضغط الهواء فوق سطح السائل عند النقطة A داخل القسم المغلق من الأنبوب المنحني. القيم المعطاة هي $h = 20 \text{ cm}$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ، يوجد سائلان كثافتهما ρ و 2ρ مع العلم أنهما لا يختلطان مع بعضهما البعض. ضغط الهواء فوق الوعاء هو $p_0 = 10.0 \text{ kPa}$.



- a. 24.4 kPa
- b. 8.4 kPa
- c. 3.6 kPa
- d. 11.6 kPa

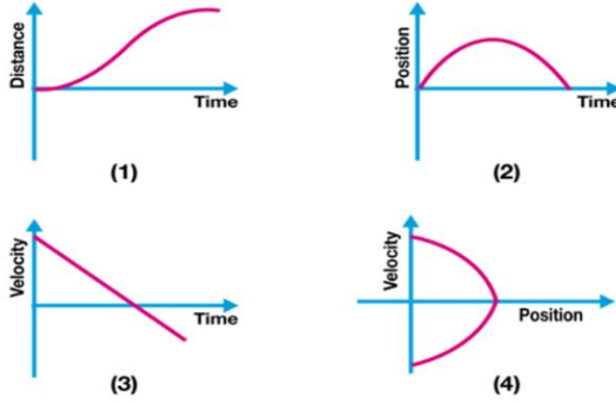
س6: يطفو مكعب ثلج يتكون من ماء نقي في زجاجة ماء مالح. كيف سيتغير مستوى سطح الماء في الزجاجة بعد انصهار الثلج؟

- a. سيرتفع مستوى الماء
- b. سيقبل مستوى الماء
- c. سيظل مستوى الماء ثابتا
- d. يعتمد على حجم مكعب الثلج

س7: عند قياس الضغط في البحر، حصلنا على النتائج الآتية: الضغط على ارتفاع 50 m من القاع أكبر 3 مرات من الضغط عند عمق 50 m . أوجد عمق البحر. أهمل الضغط الجوي.

- a. 100 m
- b. 200 m
- c. 450 m
- d. 600 m

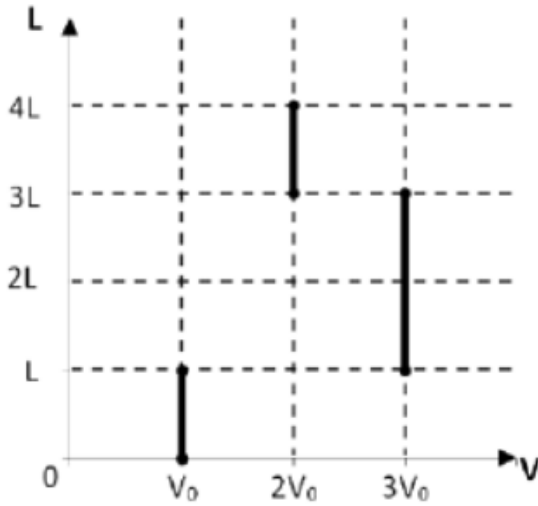
س8: يفترض أن جميع الرسوم البيانية أدناه تمثل نفس الحركة. واحدة من تلك الرسوم تمثل الحركة بشكل غير صحيح. اخترها.



- 1 .a
- 2 .b
- 3 .c
- 4 .d

س9: تقطع الحافلة مسافة 8 km في 23 دقيقة. سرعة الحافلة وهي تتحرك هي 40 km/h . كم من الوقت تقضيه هذه الحافلة في محطات التوقف؟

- a. 3 دقائق
- b. 11 دقيقة
- c. 12 دقيقة
- d. $1/5$ ساعة



س10: يوضح الرسم البياني علاقة المسافة المقطوعة بواسطة جسم ما مع سرعته. حدد السرعة المتوسطة للجسم على طول المسار بأكمله.

- (1) $\frac{24}{13} v_0$
- (2) $\frac{4}{3} v_0$
- (3) v_0
- (4) $\frac{3}{4} v_0$



س11: غادر رجلان مسنان من A إلى B ومن B إلى A عند شروق الشمس متجهين نحو بعضهما البعض (على نفس الطريق). التقيا عند الساعة 12:00، لكنهما لم يتوقفا، واستمر كل منهما في المشي بنفس السرعة. وصل الأول إلى (B) في الساعة 16:00، ووصل الثاني إلى (A) في الساعة 21:00. في أي وقت كان شروق الشمس في ذلك اليوم؟

a. 5:00

b. 5:30

c. 6:00

d. 8:00

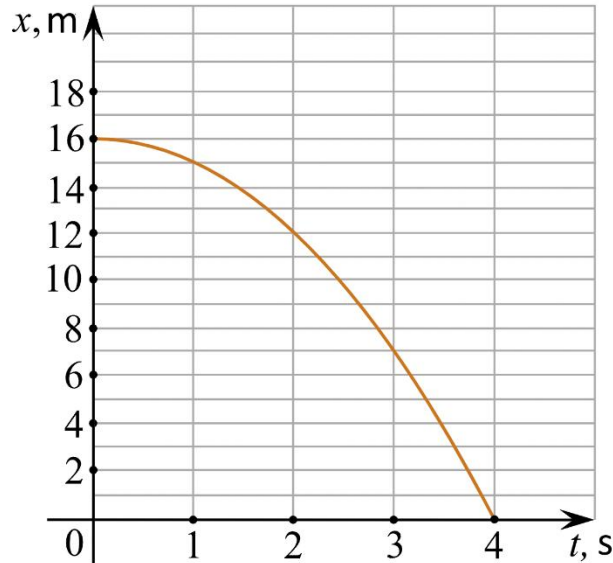
س12: يبدأ جسم حركته بتسارع ثابت على طول المحور السيني، وتكون سرعته الابتدائية صفراً. يوضح الرسم البياني علاقة الإحداثي السيني مع الزمن. ما هي قيمة سرعة هذا الجسم عند الزمن 3s؟

a. 0 m/s

b. 6 m/s

c. -6 m/s

d. -2 m/s





س13: يقف شخص على حافة مخرج طوارئ، ويقذف في اللحظة نفسها حجرتين: أحدهما للأعلى بسرعة $7m/s$ ، والآخر للأسفل بنفس السرعة. ما المسافة بين الحجرتين بعد مرور ثانيتين من لحظة القذف، بافتراض أن أيًا منهما لم يصل إلى الأرض بعد؟

a. $14 m$

b. $20 m$

c. $28 m$

d. $34 m$

س14: قُذف جسم بسرعة ابتدائية v إلى الأعلى. عندما أصبحت سرعته $v/2$ ، كان قد ارتفع مسافة مقدارها h . بإهمال مقاومة الهواء، ما الارتفاع الأقصى الذي سيصل إليه الجسم؟

a. $5h/4$

b. $4h/3$

c. $3h/2$

d. $2h$

س15: سيارة تسير شمالاً بسرعة $20 km/h$ ، ثم تنعطف شرقاً، وتستمر في الحركة بنفس السرعة. إذا استغرقت 10 ثوانٍ لإكمال المنعطف، فإن مقدار التسارع المتوسط أثناء الانعطاف يساوي:

a. 0

b. $1.1m/s^2$

c. $0.55 m/s^2$

d. $0.78m/s^2$

س16: إذا كان: $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$ وكانت قيم المتجهات $\vec{B}$ و $\vec{C}$ هي 5 , 4 و 3 units على التوالي، فإن الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{C}$ هي :

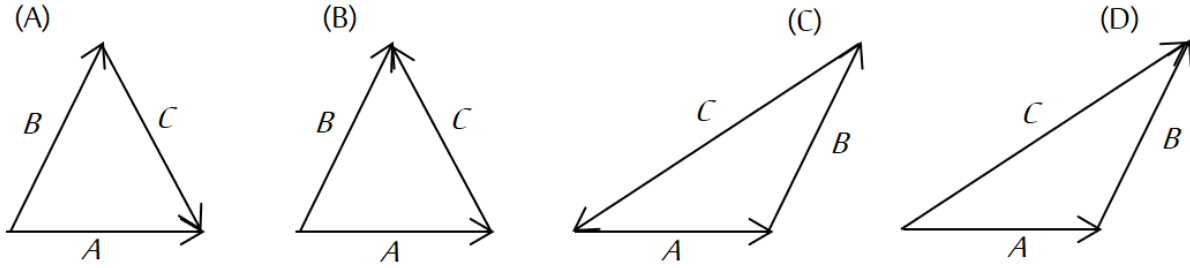
a. 90^0

b. 53.1^0

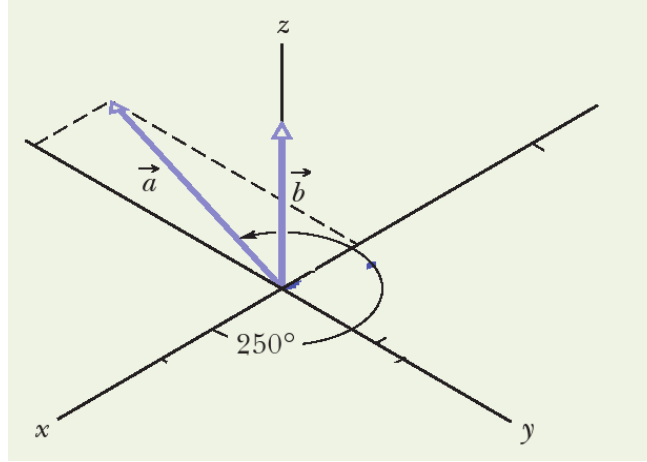
c. 36.9^0

d. 27.6^0

س17: ترتبط ثلاثة متجهات بالعلاقة : $\vec{C} = -\vec{A} - \vec{B}$ ، أي الرسوم التالية تمثل العلاقة الصحيحة بينها ؟



س18: في الشكل، المتجه $\vec{a}$ يقع في المستوى xy ، وله مقدار 18 units ويصنع زاوية 250° مع محور x الموجب، ايضاً المتجه $\vec{b}$ له مقدار 12 units ويشير للاتجاه الموجب للمحور z إذا كان: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ ، فإن الزاوية التي يصنعها المتجه $\vec{c}$ مع محور x الموجب تساوي :



a. 210°

b. 160°

c. 90°

d. 0°

س19: مدى مقذوف أُطلق بزاوية 15° بالنسبة للأفق هو 1.5 km ما هو مداه إذا أُطلق بزاوية 45° بالنسبة للأفق بنفس السرعة الكلية ؟

a. 0.75 km

b. 3.0 km

c. 1.5 km

d. 6.0 km



س20: طول متجه سرعة مقذوف عند أقصى ارتفاع تساوي نصف طول متجه سرعته الابتدائية u ، المدى الأفقي للمقذوف يساوي :

a. $\frac{u^2}{\sqrt{3}g}$

b. $\frac{2u^2}{\sqrt{3}g}$

c. $\frac{\sqrt{3}u^2}{2g}$

d. $\frac{\sqrt{3}u^2}{g}$

س21: يستطيع الجندب القفز لمسافة أفقية أقصاها 0.2 m ، إذا استمر في القفز بهذه الطريقة، بحيث تكون فترة مكوثه على الأرض ضئيلة جداً، فإن سرعته التي يتحرك بها للأمام تكون تقريباً:

a. 1 m/s

b. 2 m/s

c. 3 m/s

d. 4 m/s

س22: جسمان A و B يسقطان سقوطاً حراً باتجاه الأرض بحيث كانا موازيان لبعضهما، لو تمت إضافة تسارع أفقي للجسم A ، أي العبارات التالية صحيحة؟ أهمل مقاومة الهواء

a. يصل الجسم A لسطح الأرض أولاً

b. يصل الجسم B لسطح الأرض أولاً

c. يصل الجسمان لسطح الأرض معاً

d. يزيد التسارع الرأسي للجسم A



س23: يتحرك جسيم على سطح أفقي بسرعة ابتدائية: $[-\vec{i} + 3\vec{j}]m/s$ من الموقع $[2\vec{i} - 5\vec{j}]m$ ، إذا كان التسارع الثابت للجسيم $[\vec{i} + 2\vec{j}]m/s^2$ ، فإن سرعته المتوسطة بعد مرور 5 ثواني بوحدة (m/s) تساوي:

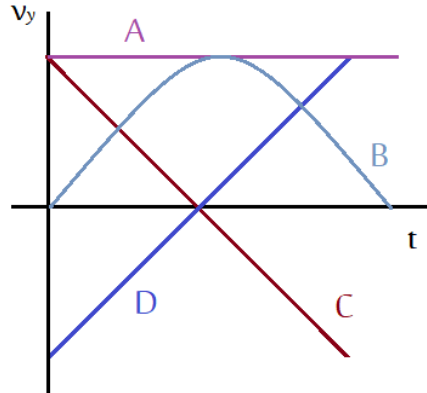
a. $4\vec{i} + 13\vec{j}$

b. $9.5\vec{i} + 35\vec{j}$

c. $7.5\vec{i} + 40\vec{j}$

d. $5\vec{i} + 15\vec{j}$

س24: أي الرسوم البيانية التالية تمثل بشكل صحيح تغير المركبة العمودية v_y لسرعة مقذوف مع الزمن t ، حتى عودته لسطح الأرض، علماً بأنه أطلق من سطح الأرض بزاوية 45° مع الأفقي ؟





الحلول

س1:	C	س13:	C
س2:	B	س14:	B
س3:	C	س15:	D
س4:	C	س16:	A
س5:	B	س17:	C
س6:	A	س18:	B
س7:	B	س19:	B
س8:	A	س20:	C
س9:	B	س21:	A
س10:	A	س22:	C
س11:	C	س23:	A
س12:	C	س24:	C



الحلول

حلول فكر

فكر 1.1

المادة: ما له كتلة ويشغل حيّزًا.

أمثلة: الماء، الحديد، الهواء.

الطاقة: القدرة على إحداث تغيير أو بذل شغل.

أمثلة: الحرارة، الضوء، الكهرباء.

الفرق:

المادة لها كتلة وحجم، الطاقة لا.

المادة جسيمات، والطاقة تأثير.

فكر 6.1

اعتماد المدى على الزاوية بدلالة $\sin(2\theta)$

أعلى قيمة لهذه الدالة هي 1

$$\sin(2\theta) = 1$$

$$2\theta = 90^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

فكر 6.2

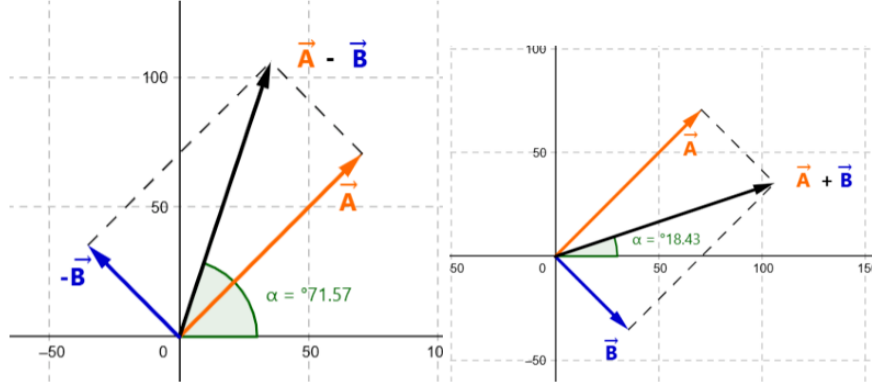
بما أن لهما نفس المدى، فإن المقذوف الذي له مركبة السرعة الأفقية الأقل سيكون له الزمن الأطول، ومركبة السرعة الأفقية تكون أقل للزاوية الأكبر فيكون الجواب الذي المقذوف الذي زاويته 75°

يمكن حل السؤال بالمعادلات أيضا



حلل التحقق من المفهوم

التحقق من المفهوم 4.1



على محور x قيمة المحصلة -2

على محور y قيمة المحصلة -1

التحقق من المفهوم 4.2

المتجهين متعامدين

التحقق من المفهوم 4.3

الحل في المذكرة

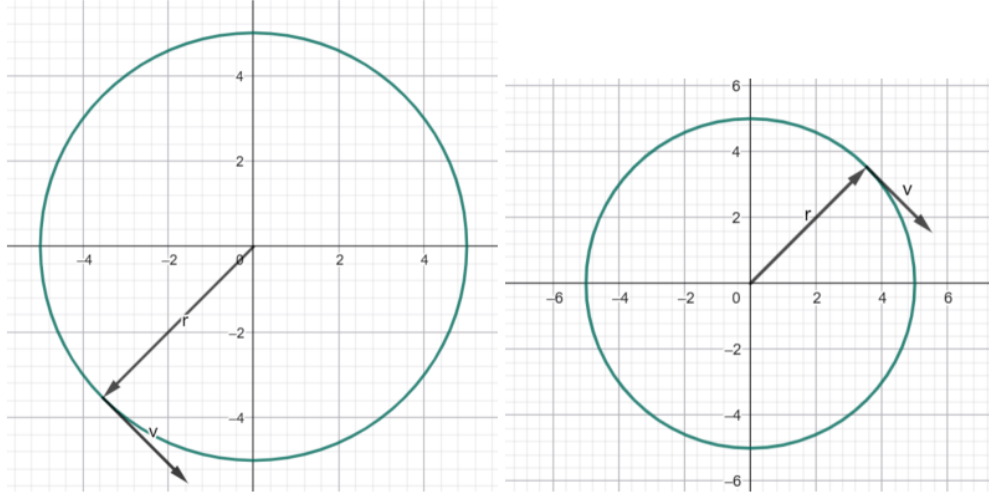
التحقق من المفهوم 4.4

الحل في المذكرة

التحقق من المفهوم 4.5

باستخدام قاعدة اليد اليمنى يتبين أن الاتجاه سيتغير، لذلك الجواب سيكون: لا

التحقق من المفهوم 5.1



التحقق من المفهوم 6.1

معادلة زمن الرحلة تظهر ان الزمن يتغير طرديا مع مركبة السرعة الابتدائية العمودية

$$t = 2\frac{v_{yi}}{g}$$

لذلك يكون الترتيب

$$t_1 = t_2 > t_3$$

التحقق من المفهوم 6.2

التفاحة والعربة لهما نفس السرعة الافقية لذلك الإجابة هي: ب

التحقق من المفهوم 6.3

لأن السرعة العمودية الابتدائية لهما متساوية 0 فإن الجسمين يصلان في نفس الوقت



حلول التدريبات

تدريب 1.1

المادة: المنشور الزجاجي

الطاقة: الضوء

التفاعل بينهما: الضوء الداخل في المنشور حصل له انكسار يعتمد على لونه (طاقته) وخرج من الجهة الأخرى على شكل طيف من الألوان

تدريب 1.2

الكثافة تعرف بأنها كتلة لوحدة الحجم، والحجم هو الطول مضروباً في العرض وفي الارتفاع

السرعة تعرف بأنها معدل تغير المسافة بالنسبة للزمن

تدريب 1.3

الكميات الأساسية

- التيار الكهربائي
- الزمن

الكميات المشتقة

- الطاقة
- القدرة
- الحجم

تدريب 1.4

(أ)

$$500 \text{ g} = 500 \text{ g} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 0.5 \text{ kg}$$

(ب)

$$24 \text{ min} = 24 \text{ min} \times \frac{60 \text{ sec}}{1 \text{ min}} = 1440 \text{ sec}$$

(ج)

84



$$30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hr}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

تدريب 1.5

(أ)

$$2 \mu\text{s} = 2 \mu\text{s} \times \frac{1 \text{ s}}{1 \cdot 10^6 \mu\text{s}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

(ب)

$$6.7 \cdot 10^{-8} \text{ g} = 6.7 \cdot 10^{-8} \text{ g} \times \frac{1 \cdot 10^9 \text{ ng}}{1 \text{ g}} = 67 \text{ ng}$$

(ج)

الترتيب	الحجم	الجسم
1 (الأصغر)	$\frac{4\pi}{3} r^3$	الكرة
3	r^3	المكعب
2	$\pi r^2 \times r = \pi r^3$	الإسطوانة
3	$0.5r \times 2r \times r = r^3$	متوازي المستطيلات

$$0.7 \text{ ng} = 0.7 \text{ ng} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \cdot 10^9 \text{ ng}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1 \cdot 10^3 \text{ g}} = 7 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$$

تدريب 2.1

حجم السائل ثابت ويأخذ شكل الوعاء، بينما الغاز يأخذ حجم الوعاء

فرق آخر أيضاً، هو قابلية الإنضغاط، حيث أن الغاز قابليته للضغط عالية، وهي منخفضة للسوائل

تدريب 2.2

العينة الحمراء، لأن كمية المادة فيها أكثر في نفس الحجم

تدريب 2.3

معادلة الكثافة:

$$m = \rho V$$



بما أن لهما نفس الكتلة فإن:

$$\rho_{N_2} V_{N_2} = \rho_{He} V_{He}$$

نجعل المطلوب في جهة لوحده:

$$V_{He} = \frac{\rho_{N_2} V_{N_2}}{\rho_{He}}$$

نعوض:

$$V_{He} = \frac{1.25 \text{ kg/m}^3 \times 5 \text{ m}^3}{0.179 \text{ kg/m}^3} = 34.9 \text{ m}^3$$

تدريب 2.4

حسب الكثافة: لها نفس الكثافة جميعا

حسب الكتلة: بما أن لها نفس الكثافة فإن المقارنة بين الكتل تصبح مقارنة بين الحجم لأن:

$$m \propto \frac{1}{V}$$

فيكون الأكبر حجما هو الأقل كتلة

تدريب 2.5

لتقليل الضغط، حتى تتوزع قوة الوزن على مساحة الحذاء مما يقلل من فرصة غوص الحذاء في الثلج

تدريب 2.6

لأن الوزن متوزع على المسامير، فيكون الضغط من المسمار الواحد قليل جدا ولا يكفي لاختراق الجلد

تدريب 2.7

الضغط عند النقطة P يساوي ضغط السائل فوقها مضافا إليه الضغط على السائل من محيطه

$$P=0: \quad P_P = \rho gh$$

$$P>0: \quad P_P = \rho gh + P$$

$$P=P_0: \quad P_P = \rho gh + P_0$$

تدريب 3.1

طول الخط المنقط هو المسافة، والبعد بين البداية والنهاية (الخط الأسود) هو الإزاحة، مع الأخذ بعين الاعتبار أن الإزاحة لها اتجاه يمكن تحديده في الرسم

3.2 تدريب

سيساعد في حل هذا السؤال أن يرسم الطالب المسار

الإزاحة	المسافة	الفقرة
0 m	$2\pi r = 62.8 \text{ m}$	أ
0 m	$10 \times 2\pi r = 628.3 \text{ m}$	ب
$r\sqrt{2} = 14.1 \text{ m}$	$\frac{2\pi r}{4} = 15.7 \text{ m}$	ج
$2r = 20.0 \text{ m}$	$\frac{2\pi r}{2} = 31.4 \text{ m}$	د
$r\sqrt{2} = 14.1 \text{ m}$	$\frac{3}{4} \times 2\pi r = 47.1 \text{ m}$	هـ

3.3 تدريب

حسب تعريف السرعة، فعلينا فقط أن نقسم على الزمن:

للسرعة العددية المتوسطة

$$\bar{v} = \frac{62.8 \text{ m}}{12.5 \text{ s}} = 5.0 \text{ m s}^{-1}$$

للسرعة المتجهة المتوسطة

$$|\bar{v}| = \frac{0 \text{ m}}{12.5 \text{ s}} = 0 \text{ m s}^{-1}$$

3.4 تدريب

- (أ) +
- (ب) -
- (ج) -
- (د) +



تدريب 3.5

(أ)

$$x = -5 \text{ m}$$

(ب)

$$\bar{v} = \frac{5 \text{ m} - 10 \text{ m}}{4 \text{ s} - 2 \text{ s}} = -2.5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = |-2.5 \text{ m s}^{-1}| = 2.5 \text{ m s}^{-1}$$

(ج)

$$\bar{v} = \frac{0 \text{ m} - 10 \text{ m}}{6 \text{ s} - 2 \text{ s}} = -5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = |-5 \text{ m s}^{-1}| = 5 \text{ m s}^{-1}$$

تدريب 3.6

(أ)

$$v = 4 \text{ m/s}$$

(ب)

المساحة تحت المنحنى في هذه الفترة هي المسافة

$$d = \frac{1}{2} \times ((8 - 0) + (5 - 2)) \times (6 - 0) = 33 \text{ m}$$

(ج)

السرعة كانت ثابتة من الثانية $t=2\text{ s}$ إلى $t=5\text{ s}$

$$d = (6 - 0)(5 - 2) = 18 \text{ m}$$

تدريب 3.7

(أ)

$$v = 4 \text{ m/s}$$

(ب)

$$t = 3 \text{ s}$$

88



(ج)

$$a = \frac{-6 \text{ ms}^{-1} - 6 \text{ ms}^{-1}}{9 \text{ s} - 0} = -1.3 \text{ m/s}^2$$

المقدار 1.3 m/s^2 بالإتجاه السالب

(د)

الإزاحة هي المساحة الكلية مع اعتبار أن المساحة فوق المحور السيني موجبة وتحتة سالبة

$$\Delta x = +\frac{1}{2}(3-0)(6-0) - \frac{1}{2}(7-3)(0-(-6)) = -3 \text{ m}$$

تدريب 3.8

(أ)

$$a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ بالاتجاه الموجب}$$

(ب)

التغير في السرعة المتجهة هو المساحة تحت المنحنى، مع اعتبار المساحة تحت المحور السيني سالبة

$$\Delta v = (2-0)(10-0) - (0-(-3))(20-15) = 5 \text{ m/s}$$

(ج)

من الثانية $t=10 \text{ s}$ إلى $t=15 \text{ s}$

تدريب 3.9

المعطيات:

$$\Delta x = 40.0 \text{ m}, \quad \Delta t = 8.5 \text{ s}, \quad v_f = 2.8 \text{ ms}^{-1}$$

المطلوب:

v_i and a

الحل:

(أ)

لحساب السرعة الابتدائية نستخدم المعادلة التالية:



$$\Delta x = \frac{v_f + v_i}{2} \Delta t$$

نعزل المطلوب:

$$v_i = 2 \frac{\Delta x}{\Delta t} - v_f$$

نعوض:

$$v_i = 2 \frac{40.0 \text{ m}}{8.5 \text{ s}} - 2.8 \text{ m s}^{-1} = 6.6 \text{ m s}^{-1}$$

(ب)

لحساب التسارع نستخدم المعادلة:

$$v_f = v_i + a \Delta t$$

نعزل المطلوب:

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

نعوض:

$$a = \frac{2.8 \text{ m s}^{-1} - 6.6 \text{ m s}^{-1}}{8.5 \text{ s}} = -0.4 \text{ m/s}^2$$

تدريب 3.10

$$v_f^2 = v_i^2 - 2g\Delta y$$

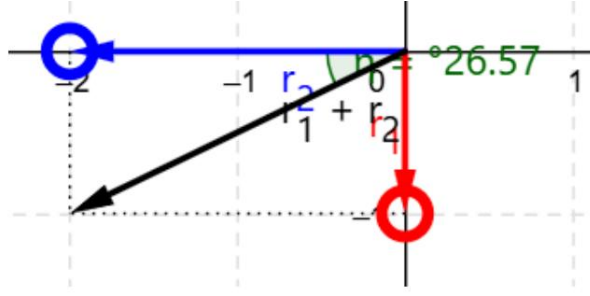
$$\Delta y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_i = \frac{1}{2} g t$$

$$v_i = \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 3.0 \text{ s} = 15 \text{ m s}^{-1}$$

تدريب 4.1



على محور x قيمة المحصلة -2

على محور y قيمة المحصلة -1

تدريب 4.2

المتجه الأحمر: $\vec{A}$

المتجه الأزرق: $\vec{B}$

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$$

$$\vec{B} = -4\hat{i} - 3\hat{j}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 2\hat{j}$$

تدريب 4.3

لأن طول المتجه ثابت، فإن المركبة في المحور الصادي ستكون 3

تدريب 4.4

$$(1) \vec{A} = -8\hat{j}$$

$$(2) \vec{B} = 15\sin 30^\circ \hat{i} + 15\cos 30^\circ \hat{j}$$

$$(3) = 7.5\hat{i} + 13\hat{j}$$

$$(4) \vec{A} - \vec{B} = -7.5\hat{i} - 21\hat{j}$$

تدريب 4.5

معطى:



$$\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}, \quad \vec{B} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$$

(أ)

$$(4) \quad 2\vec{B} - \vec{A} = 2(-\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}) - (2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$(5) = (-2\hat{i} - 4\hat{j} + 14\hat{k}) - (2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$(6) = -4\hat{i} - \hat{j} + 9\hat{k}$$

(ب)

$$(8) \quad \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 0$$

$$(9) \quad \vec{C} = -(\vec{A} + \vec{B})$$

$$(10) = -[(2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + (-\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k})]$$

$$(11) = -(\hat{i} - 5\hat{j} + 12\hat{k})$$

$$(12) = -\hat{i} + 5\hat{j} - 12\hat{k}$$

تدريب 4.6

$$\vec{A} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j}$$

$$\vec{B} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 6\hat{j}$$

$$a_1 = -b_1 \text{ and } a_2 + b_2 = 6$$

$$a_1^2 + a_2^2 = b_1^2 + b_2^2 = 5^2$$

$$a_2 = b_2 = \frac{6}{2} = 3$$

$$a_1 = -b_1 = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\theta_{Ay} = \arctan \frac{4}{3} = 53.1^\circ$$



$$\theta_{AB} = 2 \times 53.1 = 106.2^\circ$$

تدريب 4.7

$$\vec{F} = (-\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ N}, \quad \Delta\vec{x} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m}$$

(أ)

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} \\ &= (-1)(2) + (2)(3) \\ &= -2 + 6 \\ &= 4 \text{ J} \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} &= |\vec{F}| |\Delta\vec{x}| \cos \theta \\ |\vec{F}| &= \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5} \\ |\Delta\vec{x}| &= \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \\ \cos \theta &= \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{13}} = \frac{4}{\sqrt{65}} \\ \theta &= \cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{65}}\right) \end{aligned}$$

تدريب 4.8

$$\begin{aligned} \vec{A} &= 6\hat{i} \\ \vec{B} &= 4\cos 30^\circ \hat{i} + 4\sin 30^\circ \hat{j} = 2\sqrt{3}\hat{i} + 2\hat{j} \end{aligned}$$

(أ)

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta_{AB} = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ units}$$

باستخدام قاعدة اليد اليمنى يمكن إيجاد اتجاه ناتج الضرب الإتجاهي وهو سيكون في محور z

$$\vec{C} = 12\hat{k}$$

(ب)

$$\vec{A} = (6, 0, 0), \quad \vec{B} = (2\sqrt{3}, 2, 0)$$



(ج)

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 0 & 0 \\ 2\sqrt{3} & 2 & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}(6 \times 2 - 0) = 12\hat{k}$$

تدريب 5.1

$$(x_1, y_1) = (11.1 \text{ m}, 3.4 \text{ m}), \quad t_1 = 0$$

$$(x_2, y_2) = (15.3 \text{ m}, -0.5 \text{ m}), \quad t_2 = 3.0 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3.0 \text{ s}$$

(أ)

$$\Delta x = 15.3 - 11.1 = 4.2 \text{ m} \quad \Delta y = -0.5 - 3.4 = -3.9 \text{ m}$$

$$v_{x, \text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.2}{3.0} = 1.4 \text{ m/s}$$

$$v_{y, \text{avg}} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-3.9}{3.0} = -1.3 \text{ m/s}$$

(ب)

$$|\vec{v}_{\text{avg}}| = \sqrt{(1.4)^2 + (-1.3)^2} = \sqrt{3.65} \approx 1.91 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1.3}{1.4}\right) \approx -43^\circ$$

تدريب 5.2

$$\vec{v}_i = (3\hat{i} - 5\hat{j}) \text{ m/s}, \quad \vec{r}_i = (15\hat{i} - 7\hat{j}) \text{ m}, \quad \vec{a} = (2\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}^2, \quad t = 10 \text{ s}$$

(أ)

$$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t = (3\hat{i} - 5\hat{j}) + (2\hat{i} + 4\hat{j})(10) = (23\hat{i} + 35\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{23^2 + 35^2} = \sqrt{1754} \approx 41.9 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{35}{23}\right) \approx 56.7^\circ$$

(ب)

$$\vec{r} = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$



$$\begin{aligned}
 &= (15\hat{i} - 7\hat{j}) + (3\hat{i} - 5\hat{j})(10) + \frac{1}{2}(2\hat{i} + 4\hat{j})(10)^2 \\
 &= (15 + 30 + 100)\hat{i} + (-7 - 50 + 200)\hat{j} \\
 &= (145\hat{i} + 143\hat{j}) \text{ m}
 \end{aligned}$$

تدريب 6.1

$$v_{yi} = 40.0 \text{ m/s}, \quad v_{xi} = 20 \text{ m/s}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

الزمن الكلي للطيران:

$$T = \frac{2v_{yi}}{g} = \frac{2(40.0)}{9.8} = 8.16 \text{ s}$$

المسافة الأفقية (المدى):

$$R = v_{xi}T = 20 \times 8.16 = 163 \text{ m}$$

تدريب 6.2

$$v_i = 20.0 \text{ m/s}, \quad \theta = 37.0^\circ, \quad y_i = 1.00 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$v_{xi} = v_i \cos \theta = 20 \cos 37^\circ = 16.0 \text{ m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \sin \theta = 20 \sin 37^\circ = 12.0 \text{ m/s}$$

الزمن حتى تصادم الكرة بالأرض:

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$0 = 1.00 + 12.0t - 4.9t^2$$

$$4.9t^2 - 12.0t - 1.00 = 0$$

نستخدم القانون العام، ونتجاهل الحل السالب

$$t = \frac{12.0 + \sqrt{(-12.0)^2 + 4(4.9)(1.00)}}{2(4.9)} = 2.55 \text{ s}$$

المسافة الأفقية:

$$\Delta x = v_{xi}t = 16.0 \times 2.55 = 40.8 \text{ m}$$

تدريب 6.3



استنتاج معادلة الارتفاع الأقصى:

معادلة الحركة الرأسية:

$$v_y = v_{yi} - gt$$

عند أقصى ارتفاع، $v_y=0$:

$$0 = v_i \sin \theta - g t_{up} \Rightarrow t_{up} = \frac{v_i \sin \theta}{g}$$

الارتفاع الأقصى:

$$h_{max} = y(t_{up}) = v_{yi} t_{up} - \frac{1}{2} g t_{up}^2$$

$$h_{max} = (v_i \sin \theta) \frac{v_i \sin \theta}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin \theta}{g} \right)^2$$

$$h_{max} = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

استنتاج معادلة المدى:

المدى R هو المسافة الأفقية عندما تعود الكرة إلى نفس مستوى الإطلاق:

$$R = v_x t_{total}$$

$$v_x = v_i \cos \theta$$

زمن الرحلة الكاملة:

$$t_{total} = \frac{2v_i \sin \theta}{g}$$

$$R = v_i \cos \theta \cdot \frac{2v_i \sin \theta}{g} = \frac{2v_i^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

تدريب 6.4

بسبب استقلال معادلات الحركة، فإن للجسمين نفس معادلات الحركة على المحور الصادي ولذلك فلهم نفس زمن السقوط.

تدريب 6.5

$$x = 2.10 \text{ m}, \quad h = 8.00 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

الزمن اللازم للسقوط:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



$$t = \sqrt{\frac{2 \times 8.00}{9.8}} = \sqrt{1.6327} \approx 1.28 \text{ s}$$

السرعة الأفقية المطلوبة:

$$x = v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x}{t}$$

$$v_x = \frac{2.10}{1.28} \approx 1.64 \text{ m/s}$$

6.6 تدريب

$$v_i = 38.0 \text{ m/s}, \quad \theta = 55.0^\circ, \quad t = 4.80 \text{ s}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$v_{xi} = v_i \cos \theta = 38 \cos 55^\circ = 21.8 \text{ m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \sin \theta = 38 \sin 55^\circ = 31.2 \text{ m/s}$$

(أ)

ارتفاع السطح فوق مستوى الشارع – المركب الرأسي للموضع:

$$\Delta y = v_{yi} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Delta y = 31.2(4.80) - \frac{1}{2}(9.8)(4.80)^2$$

$$\Delta y = 149.76 - 113.0 = 36.8 \text{ m}$$

(ب)

سرعة الحجر قبل ملازمة السطح – المركبات:

$$v_x = v_{xi} = 21.8 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{yi} - g t = 31.2 - 9.8 \times 4.80 = -15.4 \text{ m/s}$$

المقدار:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{21.8^2 + (-15.4)^2} = \sqrt{477.0 + 237.2} = \sqrt{714.2} = 26.7 \text{ m/s}$$

اتجاه السرعة مع الأفقي:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{|v_y|}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{15.4}{21.8} \right) = 35.0^\circ$$

أسفل الأفقي

(ج)



أقصى ارتفاع فوق مستوى الشارع:

$$h_{max} = \frac{v_{yi}^2}{2g} = \frac{31.2^2}{2 \times 9.8} = \frac{973.4}{19.6} = 49.7 \text{ m}$$

6.7 تدريب

$$x = 8.0 \text{ m}, \quad y_0 = 2.2 \text{ m}, \quad y = 3.0 \text{ m}, \quad \theta_0 = 35^\circ, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta y = y - y_0 = 3.0 - 2.2 = 0.8 \text{ m}$$

$$\tan \theta_0 = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}, \quad v_{x0} = v_0 \cos \theta_0, \quad v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$$

معادلة المسار:

$$y = y_0 + x \tan \theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

$$3.0 = 2.2 + 8.0 \tan 35^\circ - \frac{9.8 \cdot 8.0^2}{2v_0^2 \cos^2 35^\circ}$$

$$0.8 = 8.0 \cdot 0.700 - \frac{9.8 \cdot 64}{2v_0^2 (0.819)^2}$$

$$0.8 = 5.6 - \frac{627.2}{1.34v_0^2} \Rightarrow 5.6 - 0.8 = \frac{627.2}{1.34v_0^2}$$

$$4.8 = \frac{627.2}{1.34v_0^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{627.2}{1.34 \times 4.8} \approx 97.5$$

$$v_0 \approx \sqrt{97.5} \approx 9.87 \text{ m/s}$$

$$v_0 \approx 9.9 \text{ m/s}$$

6.8 تدريب

$$v_{plane} = 3.0 \text{ m/s}, \quad h = 30.0 \text{ m}, \quad a = 0.40 \text{ m/s}^2$$

معادلات الحركة:

$$x_r = \frac{1}{2} a \sin \theta t^2, \quad y_r = \frac{1}{2} a \cos \theta t^2$$

حركة الطائرة:

$$x_p = v_{plane} t, \quad y_p = h$$

شروط الاصطدام:

$$x_r = x_p \Rightarrow \frac{1}{2} a \sin \theta t^2 = v_{plane} t$$

$$y_r = y_p \Rightarrow \frac{1}{2} a \cos \theta t^2 = h$$



حل المعادلتين – من المعادلة الرأسية:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}}$$

استبدالها في المعادلة الأفقية:

$$\frac{1}{2} a \sin \theta \left(\sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}} \right)^2 = v_{plane} \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}}$$

$$\frac{1}{2} a \sin \theta \cdot \frac{2h}{a \cos \theta} = v_{plane} \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}}$$

$$\frac{h \sin \theta}{\cos \theta} = v_{plane} \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos \theta}} \sqrt{\frac{h}{2a}} = v_{plane} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos \theta}} = \frac{v_{plane}}{\sqrt{h/(2a)}}$$

استبدال القيم العددية:

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos \theta}} = \frac{3.0}{\sqrt{30/(2 \times 0.40)}} = \frac{3.0}{\sqrt{37.5}} \approx 1.225$$

حل المعادلة:

$$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}}{\sqrt{\cos \theta}} = 1.225 \Rightarrow 1 - \cos^2 \theta = 1.5 \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta + 1.5 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{-1.5 \pm \sqrt{1.5^2 + 4}}{2} = \frac{-1.5 \pm 2.5}{2}$$

الحل الممكن:

$$\cos \theta = 0.5 \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\boxed{\theta = 60^\circ (+y)}$$



حلول تدريبات الفصل

الفصل 1

(1)

$$90 \text{ km h}^{-1} = 90 \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

(2)

$$5 \text{ L} = 5 \text{ L} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \text{ m}^3 \times 10^{-3} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 5 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

(3)

$$1.0 \text{ km} = 1.0 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 1.0 \times 10^9 \mu\text{m}$$

(4)

$$1 \text{ g cm}^{-3} = \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

(5)

$$0.0056 \text{ m} = 5.6 \times 10^{-3} \text{ m} = 5.6 \text{ mm}$$

(6)

$$12.45 \text{ m} \times 3.2 \text{ m} = 39.84 \text{ m}^2 = 4.0 \times 10^1 \text{ m}^2$$

(7)

$$\frac{105.4 \text{ g}}{25.2 \text{ mL}} = 4.18 \text{ g mL}^{-1} = 4.18 \frac{\text{g}}{\text{mL}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mL}}{1000 \text{ L}} \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 4.18 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

(8)

$$A = (5.0)(3.00) = 15 \text{ cm}^2$$

(9)

$$V = (0.50)^3 = 0.125 \text{ m}^3 = 0.13 \text{ m}^3 = 0.13 \text{ m}^3 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 1.3 \times 10^2 \text{ L}$$

(10)

نصف القطر:

$$r = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

100



(أ)

المحيط:

$$C = 2\pi r = 2\pi(6.37 \times 10^6) \approx 4.00 \times 10^7 \text{ m} = 4.00 \times 10^4 \text{ km}$$

(ب)

مساحة السطح:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(6.37 \times 10^6)^2 \approx 5.10 \times 10^{14} \text{ m}^2 = 5.10 \times 10^{18} \text{ cm}^2$$

(ج)

الحجم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 1.08 \times 10^{21} \text{ m}^3 = 1.08 \times 10^{24} \text{ L}$$

الفصل 2

(1)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{120}{150} = 0.80 \text{ g cm}^{-3} = 0.80 \times 10^3 = 8.0 \times 10^2 \text{ kg m}^{-3}$$

بما أن كثافته أقل من كثافة الماء فإنه يطفو.

(2)

$$P = \frac{F}{A} = \frac{300}{0.15} = 2.0 \times 10^3 \text{ Pa}$$

(3)

$$P = \rho gh \Rightarrow h = \frac{P}{\rho g} = \frac{3.0 \times 10^5}{(10^3)(9.8)} \approx 30.6 \text{ m}$$

(4)

$$F_b = \rho g V = (10^3)(9.8)(2) = 1.96 \times 10^4 \text{ N}$$

(5)

$$F_b = 40 - 35 = 5 \text{ N} \quad V = \frac{F_b}{\rho g} = \frac{5}{(10^3)(9.8)} \approx 5.1 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

(6)

غوص مقياس الكثافة أكثر في الزيت يعني أن كثافة الزيت أقل من كثافة الماء.



(7)

$$F_{b, \text{water}} = F_{b, \text{oil}}$$

$$\rho_{\text{water}} \frac{1}{3} Vg = \rho_{\text{oil}} \frac{1}{2} Vg$$

$$\rho_{\text{oil}} = \frac{2}{3} \rho_{\text{water}}$$

$$\rho_{\text{oil}} = \frac{2}{3} (10^3) = 6.7 \times 10^2 \text{ kg m}^{-3}$$

(8)

$$F_b = mg$$

$$\rho_{\text{liquid}} g V_{\text{sub}} = \rho_{\text{cube}} g V$$

$$\rho_{\text{liquid}} a^2 h = \rho_{\text{cube}} a^3$$

$$\rho_{\text{liquid}} h = \rho_{\text{cube}} a$$

$$h = \frac{\rho_{\text{cube}}}{\rho_{\text{liquid}}} a$$

$$h = \frac{800}{1200} \times 6 = 4.0 \text{ cm}$$

(9)

$$V = 85 \text{ L} = 0.085 \text{ m}^3$$

$$F_b = \rho g V = (10^3)(9.8)(0.085) \approx 833 \text{ N}$$

(10)

$$F_b = 400 - 300 = 100 \text{ N}$$

$$F_b = \rho_{\text{oil}} g V$$

$$V = \frac{m}{\rho_{\text{cyl}}} = \frac{W}{g \rho_{\text{cyl}}}$$

$$F_b = \rho_{\text{oil}} g \frac{W}{g \rho_{\text{cyl}}} = \frac{\rho_{\text{oil}} W}{\rho_{\text{cyl}}}$$

$$\rho_{\text{oil}} = \frac{F_b \rho_{\text{cyl}}}{W}$$

$$\rho_{\text{oil}} = \frac{100 \times 2000}{400}$$

$$\rho_{\text{oil}} = 5.0 \times 10^2 \text{ kg m}^{-3}$$

102



(11)

$$F_b = 400 - 300 = 100 \text{ N}$$

$$F_b = \rho_{\text{water}} g V$$

$$V = \frac{F_b}{\rho_{\text{water}} g} = \frac{100}{(10^3)(9.8)} = 1.02 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

(12)

$$P = P_0 + \rho g h$$

$$h = \frac{P - P_0}{\rho g}$$

$$h = \frac{151325 - 101325}{(10^3)(9.8)} = 5.10 \text{ m}$$

(13)

$$F_b = W$$

$$\rho_{\text{water}} g V_{\text{sub}} = \rho_{\text{ice}} g V$$

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V} = \frac{\rho_{\text{ice}}}{\rho_{\text{water}}} = \frac{920}{1030} = 89.3\%$$

وهذه نسبة الحجم المغمور، ويكون الباقي هو الذي خارجه، ونستخدم هذه النسبة لحساب الحجم خارج البحر

$$V_{\text{above}} = 10.7\% V = 0.107 \times 2000 = 214 \text{ m}^3$$

الفصل 3

(1)

المسافة الكلية:

$$d = 4 + 3 = 7 \text{ km}$$

مقدار الإزاحة:

$$|\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ km}$$

(2)

لتكن المسافة بين المدينتين d.

103



الزمن من A إلى B:

$$t_1 = \frac{d}{v_1}$$

الزمن من B إلى A:

$$t_2 = \frac{d}{v_2}$$

السرعة المتوسطة:

$$v_{\text{avg}} = \frac{2d}{t_1 + t_2} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

وهذا يسمى "المتوسط التوافقي"

$$v_{\text{avg}} = 88.9 \text{ km/hr}$$

متوسط السرعة المتجهة:

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta x}{t} = 0$$

(3)

$$v_i = 20 \text{ m/s}, \quad v_f = 30 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}$$

التسارع:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{30 - 20}{5} = 2.0 \text{ m/s}^2$$

الإزاحة:

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = (20)(5) + \frac{1}{2} (2)(25) = 125 \text{ m}$$

(4)

$$v_i = 10 \text{ m/s}, \quad v_f = 0, \quad t = 5 \text{ s}$$

التسارع:

$$a = \frac{0 - 10}{5} = -2.0 \text{ m/s}^2$$

الإزاحة:

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = (10)(5) + \frac{1}{2} (-2)(25) = 25 \text{ m}$$

(5)



من الزمن $t=0\text{ s}$ إلى $t=3\text{ s}$ كان الجسم يتحرك بسرعة ثابتة في الاتجاه الموجب
من الزمن $t=3\text{ s}$ إلى $t=6\text{ s}$ كان الجسم ساكناً
من الزمن $t=6\text{ s}$ إلى $t=9\text{ s}$ كان الجسم يتحرك بسرعة ثابتة في الاتجاه السالب
(6)

التسارع هو ميل المنحنى، والإزاحة هي المساحة بين المنحنى ومحور الزمن

الإزاحة	التسارع	الفترة الزمنية
$\Delta x = (2 - 0) \times 15 = 30 \text{ m}$	$a = 0 \text{ m/s}^2$	$t = (0, 2) \text{ s}$
$\Delta x = \frac{1}{2}(5 - 2)(15 - 0) = 22.5 \text{ m}$	$a = \frac{0 - 15}{5 - 2} = -5 \text{ m/s}^2$	$t = (2, 5) \text{ s}$
$\Delta x = 0 \text{ m}$	$a = 0 \text{ m/s}^2$	$t = (5, 7) \text{ s}$
$\Delta x = \frac{1}{2}(10 - 7)(12 - 0)(-1) = -18 \text{ m}$	$a = \frac{-12 - 0}{10 - 7} = -4 \text{ m/s}^2$	$t = (7, 10) \text{ s}$

السالب لأن المساحة تحت الصفر
(7)

$$v_i = 20 \text{ m/s}, \quad v_f = 0, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

أقصى ارتفاع:

$$v_f^2 = v_i^2 - 2gh \Rightarrow h = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{400}{19.6} \approx 20.4 \text{ m}$$

الزمن للوصول لأقصى ارتفاع:

$$t = \frac{v_i}{g} = \frac{20}{9.8} \approx 2.04 \text{ s}$$

(8)

$$v_i = 25 \text{ m/s}, \quad v_f = 0, \quad t = 10 \text{ s}$$

التسارع:

$$a = \frac{0 - 25}{10} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

الإزاحة:

105



$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = (25)(10) + \frac{1}{2}(-2.5)(100) = 125 \text{ m} \quad (9)$$

$$x = 100 \text{ m}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad v_i = 0$$

التسارع:

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2x - 2v_i t}{t^2} = \frac{2 \times 100 - 0}{5^2} = 8.0 \text{ m/s}^2$$

السرعة النهائية:

$$v_f = v_i + a t = 0 + (8)(5) = 40 \text{ m/s} \quad (10)$$

$$v_i = 0, \quad t = 3 \text{ s}, \quad \Delta y = -h$$

$$\Delta y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-h = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1 \text{ m}$$

(11)

$$v_i = 15 \text{ m/s}, \quad \Delta y = 0$$

$$\Delta y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_i = \frac{1}{2} g t$$

$$t = \frac{2v_i}{g} = \frac{2 \times 15}{9.8} = 3.1 \text{ s}$$

(12)

ليكن تسارع السيارة A هو a ومن السكون، والسيارة B تتحرك بسرعة ثابتة v.

$$x_A = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_B = 100 \text{ m} + v t$$

تلتق السيارة الأولى بالثانية عند:



$$x_A = x_B$$

$$\frac{1}{2}at^2 = 100 \text{ m} + vt$$

$$\frac{1}{2}at^2 - vt - 100 \text{ m} = 0$$

(13)

$$v_i = 40 \text{ m/s}, \quad v_f = 20 \text{ m/s}, \quad \Delta x = 200 \text{ m}$$

التسارع:

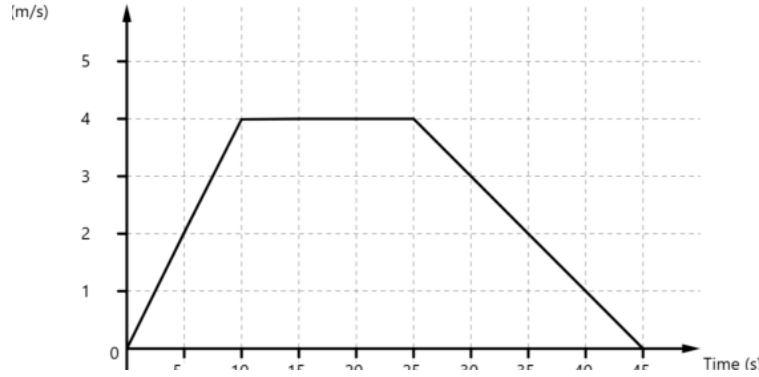
$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{20^2 - 40^2}{2 \times 200} = -3.0 \text{ m/s}^2$$

الزمن:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{-20}{-3} = 6.7 \text{ s}$$

(14)

أي شكل يحقق الشروط يقبل، وهذا مثال:



(15)

$$g_{\text{moon}} = 1.6 \text{ m/s}^2, \quad \Delta y = -2 \text{ m}$$

$$\Delta y = v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_i = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{-2\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{-2 \times (-2)}{1.6}} = 1.6 \text{ s}$$

الفصل 6



س(1)

$$x_r = \frac{1}{2} a \sin \theta t^2, \quad y_r = \frac{1}{2} a \cos \theta t^2$$

$$x_p = vt, \quad y_p = h$$

موقع الاصطدام:

$$\frac{1}{2} a \sin \theta t^2 = vt, \quad \frac{1}{2} a \cos \theta t^2 = h$$

من المعادلة الثانية:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}}$$

يمكن تبسيط المعادلة الأولى إلى:

$$\frac{1}{2} a \sin \theta t = v$$

بالتعويض:

$$\frac{1}{2} a \sin \theta \sqrt{\frac{2h}{a \cos \theta}} = v$$

$$\frac{a \sin^2 \theta h}{2 \cos \theta} = v^2$$

باستخدام العلاقة $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ نحصل على معادلة من الدرجة الثانية:

$$\frac{a(1 - \cos^2 \theta)h}{2} = v^2 \cos \theta$$

$$\frac{ah}{2} \cos^2 \theta + v^2 \cos \theta - \frac{ah}{2} = 0$$

باستخدام القانون العام:

$$\cos \theta = \frac{-v^2 \pm \sqrt{v^4 - 4\left(\frac{ah}{2}\right)\left(-\frac{ah}{2}\right)}}{2 \times \frac{ah}{2}}$$

$$= \frac{-v^2 \pm \sqrt{v^4 + a^2 h^2}}{ah}$$

$$= \frac{-(3)^2 \pm \sqrt{3^4 + (0.4)^2 (30)^2}}{0.4 \times 30}$$

$$= -\frac{3}{4} \pm \frac{5}{4}$$

$$= \frac{2}{4}$$

رفضنا الحل الثاني لأنه خارج مدى دالة جيب التمام:

$$1 \geq \cos \theta \geq -1$$

108



$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

س2)

$$\vec{v}_i = (50\hat{i} + 80\hat{j}) \text{ m/s}, \quad \vec{v}_f = (-80\hat{i} + 40\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_{\text{avg}} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t} = \frac{(-130\hat{i} - 40\hat{j})}{30} = (-4.33\hat{i} - 1.33\hat{j}) \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{\text{avg}}| = \sqrt{4.33^2 + 1.33^2} = 4.53 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1.33}{4.33}\right) \approx 17^\circ$$

س3)

$$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 = 2t^2 \Rightarrow t = \sqrt{15}$$

$$y(t) = v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 8t + t^2$$

$$y_f \approx 61.0 \text{ m}$$

س4)

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m/s}^2$$

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{r}(t) = (3\hat{i} - 2\hat{j})t + \frac{1}{2}(2\hat{i} + 3\hat{j})t^2$$

$$\vec{r}(t) = (3t + t^2)\hat{i} + (-2t + 1.5t^2)\hat{j}$$

س5)

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{(450)(9.8)}{75^2}$$

$$\theta \approx 26^\circ \text{ or } 64^\circ$$

$$R_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{g} \approx 574 \text{ m}$$

س6)

$$\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{0y} = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{-2\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{-2 \times (-600)}{9.8}} = 11.1 \text{ s}$$



$$\Delta x = v_{0x}t = 62.0 \times 11.1 = 688 \text{ m} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(\frac{688}{600} \right) = 48.9^\circ$$

عندما تصل للماء:

$$v_x = v_{0x} = 62 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 0 - 9.8 \times 11.1 = -109 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = 62.0\hat{i} - 109\hat{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(62.0)^2 + (-108)^2} = 125 \text{ m/s}, \quad \theta = 60.4^\circ \text{ below horizontal}$$

س7)

$$v_0 = 320 \text{ km/hr} = 88.89 \text{ m/s}$$

$$v_x = 88.89 \cos(-35^\circ) = 72.81 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{850}{72.81} = 11.7 \text{ s}$$

$$\Delta y = v_y t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 = 88.89 \sin(-35^\circ) \times 11.7 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (11.7)^2 = -1270 \text{ m}$$

ويمكننا حساب الارتفاع بأخذ طول مركبة الإزاحة في المحور y

$$h = |\Delta y| = 1.27 \text{ km}$$

س8)

$$\Delta x = v_0 \cos \theta t \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos \theta}$$

$$\Delta y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= v_0 \sin \theta \left(\frac{\Delta x}{v_0 \cos \theta} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{\Delta x}{v_0 \cos \theta} \right)^2$$

$$= \Delta x \tan \theta - \frac{g(\Delta x)^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$= 10.0 \times \tan 35^\circ - \frac{9.8 \times (10.0)^2}{2 \times (24.0)^2 \times \cos^2(35^\circ)}$$

$$= 5.7 \text{ m}$$

$$y_f = y_i + \Delta y$$

$$y_f = 1.20 \text{ m} + 5.7 \text{ m} = 6.9 \text{ m}$$

س9)

$$\Delta x = (v_0 \cos \theta) t \Rightarrow \frac{\Delta x}{t} = v_0 \cos \theta$$

بما أن الجسمين يقطعان نفس المسافة الأفقية في نفس الوقت فإن مركبة السرعة الأفقية لهما متطابقة

$$v_{30} \cos 30^\circ = v_{60} \cos 60^\circ$$

$$\frac{v_{60}}{v_{30}} = \sqrt{3}$$

س(10)

$$R_{\max} = \frac{v^2}{g}$$

$$h_{\max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} \times \frac{v^2}{g} = \frac{1}{2} R_{\max} = 20 \text{ m}$$